

EJEMPLO DE SISTEMAS DE SEGUNDO ORDEN CON POLOS COMPLEJOS CONJUGADOS

Se tiene un sistema discreto con **Función de transferencia**

$$H(z) = \frac{z^2 - 0.7058z}{z^2 - 1.4116z + 0.6065} = \frac{z^2 - \rho \cos \theta z}{z^2 - 2\rho \cos \theta z + \rho^2} = \frac{z(z - \rho \cos \theta)}{(z - \rho e^{j\theta})(z - \rho e^{-j\theta})}$$

a) Obtener el diagrama de polos y ceros en el plano z

En la función de transferencia se tienen los siguientes factores:

$$H(z) = \frac{z(z - 0.7058)}{(z - 0.7788e^{j0.45})(z - 0.7788e^{-j0.45})}$$

De donde se obtienen las raíces en el plano z.

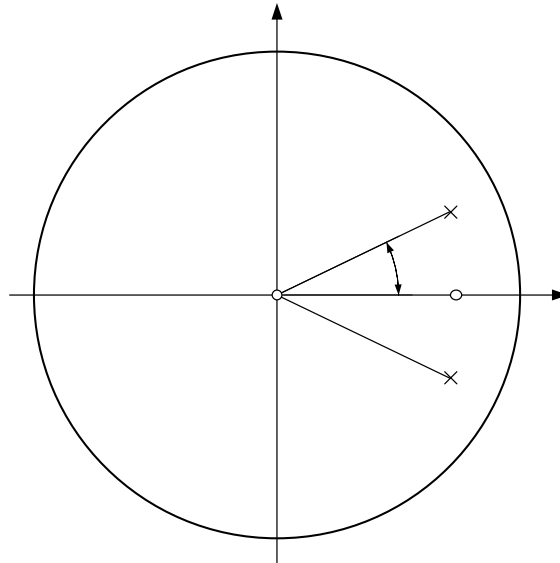
Ceros: $z_1 = 0$, $z_2 = \rho \cos \theta = 0.7058$,

Polos: $z_{3,4} = \rho e^{\pm j\theta} = 0.7788e^{\pm j0.45}$

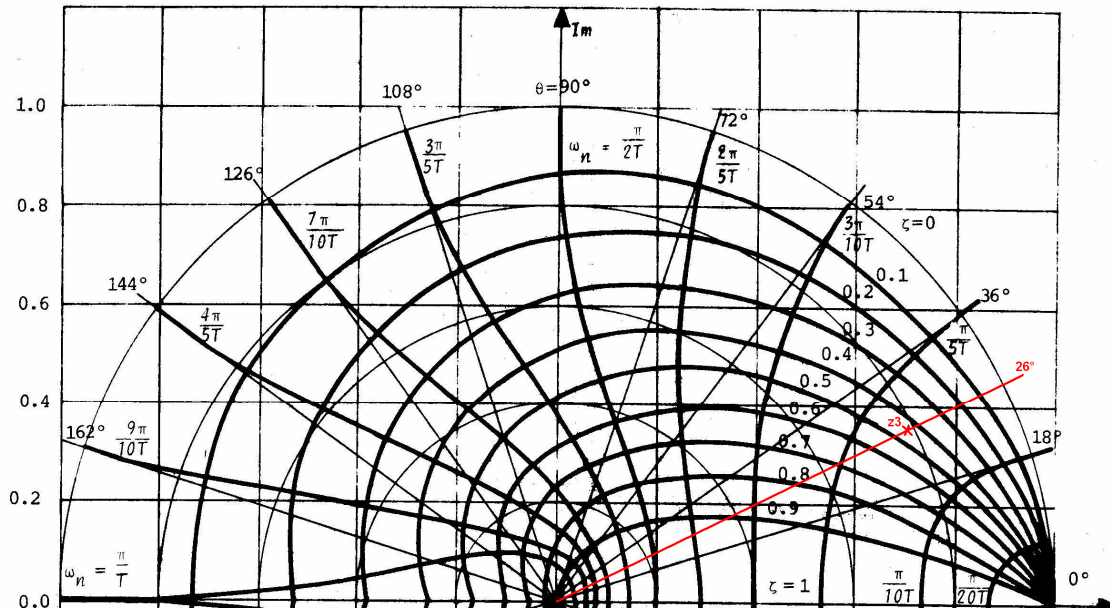
$\theta = 0.45 = 25.78^\circ$

$\cos \theta = 0.9063$,

El diagrama en el plano z se muestra a continuación:



b) Empleando la “hoja de mapeo de características dinámicas” se muestra la ubicación del polo z_3 de donde se toman los valores aproximados de los parámetros dinámicos de segundo orden.



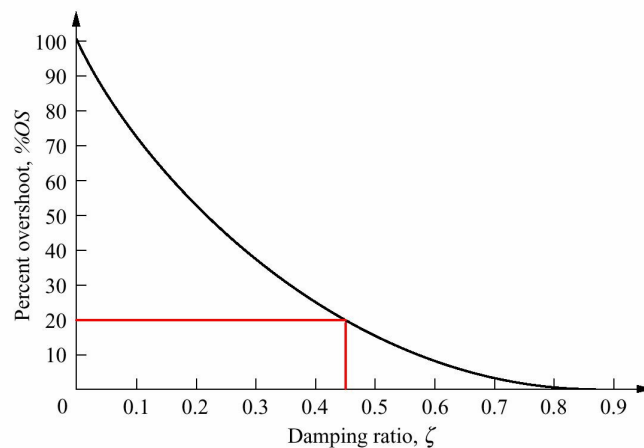
$$\xi \approx 0.45, \quad \omega_n \approx \frac{\pi}{7T} = 8.97 \text{ rad/seg} \quad (T = .05 \text{ seg})$$

Nota: estos valores son muy aceptables ya que los exactos son

$$\xi \approx 0.486, \quad \omega_n \approx \frac{\pi}{6.1T} = 10.29 \text{ rad/seg}$$

c) Con los valores obtenidos de la “hoja de mapeo de características dinámicas” podemos calcular los valores de sobrepaso y tiempo de levantamiento.

El cálculo del sobrepaso puede hacerse con la gráfica 4.15, como se muestra a continuación.



El cálculo del tiempo de levantamiento es como sigue:

$$t_r = \frac{\pi - \cos^{-1} \xi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{\pi - \cos^{-1}(0.45)}{8.97 \sqrt{1 - (0.45)^2}}$$

$$t_r = \frac{\pi - 1.104}{8.97(0.8930)} = \frac{2.037}{8.01} = 0.25 \text{ seg}$$

d) Con los valores obtenidos podemos visualizar la forma de la respuesta a escalón empleando Matlab. ($T=0.05 \text{ s}$).

(Se observa que $t_r < 0.05 \text{ seg}$ y $M_p = 0.5$)

