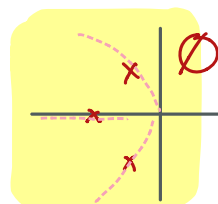
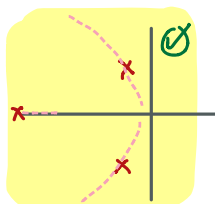
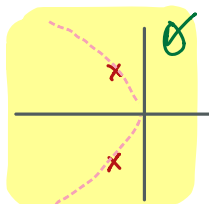


Respuesta del sistema realimentado con base en el LGR.

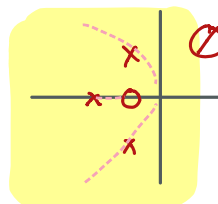
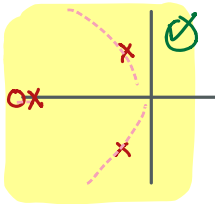
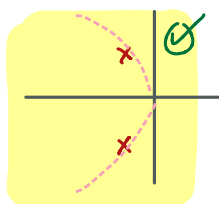
Dado que el LGR indica la localización de los polos de para $K > 0$, si para algún valor de K los polos resultantes son **polos dominantes**, se puede predecir la respuesta del sistema **en lazo cerrado** para el valor de K determinado.

$$\frac{KG(s)}{1 + KG(s)} = \frac{C(s)}{R(s)}$$

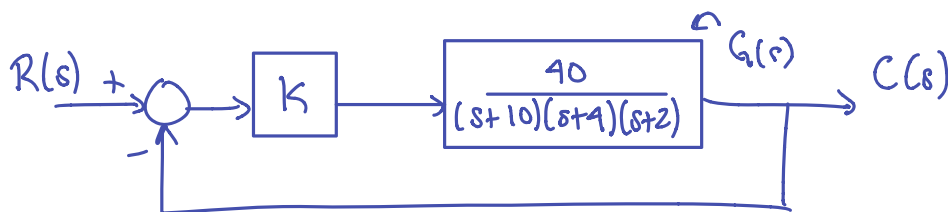
Nota: • Los polos resultantes deben ser dominantes y no estar cerca de algún cero



• Si existe un cero cercano, debe estar cerca de un polo o bien ser cancelado por uno

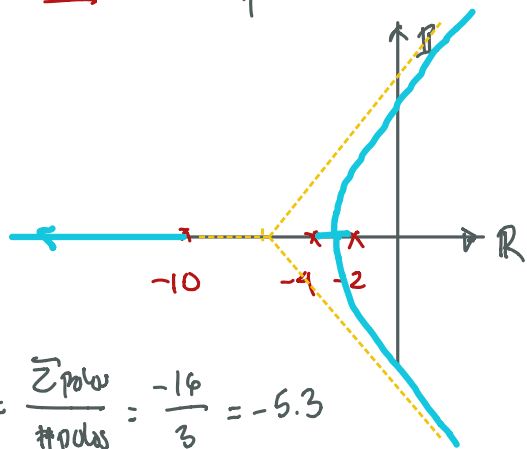


Ejemplo. Sea el sistema realimentado mostrado. Determinar la ganancia tal que logra que la respuesta al escalón presente un comportamiento subamortiguado con un sobrepaso del 30%.



$$s = -1.7 \pm 4.7j$$

Solución Un bosquejo del LGR es:



$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos}}{\# \text{polos}} = \frac{-16}{3} = -5.3$$

Para bosquejar la localización del polo realimentado tal que logre el desempeño solicitado con un sobrepaso del 30%, buscamos el punto de ruptura y la intersección con el eje imaginario.

$$G(s) = \frac{40}{s^3 + 16s^2 + 68s + 80}$$

La función de transferencia $C(s)/R(s)$ es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k \frac{40}{s^3 + 16s^2 + 68s + 80}}{1 + k \frac{40}{s^3 + 16s^2 + 68s + 80}} = \frac{40k}{s^3 + 16s^2 + 68s + 80 + 40k}$$

La Tabla de Routh resultante es:

s^3	1	68	s^3	1	68
s^2	16	$80 + 40k$	s^2	1	$5 + 2.5k$
s			s	$\frac{63}{68 - 5 - 2.5k}$	0
1			1	$5 + 2.5k$	

De la primera columna:

$$63 - 2.5k > 0 \Rightarrow k < 25.2$$

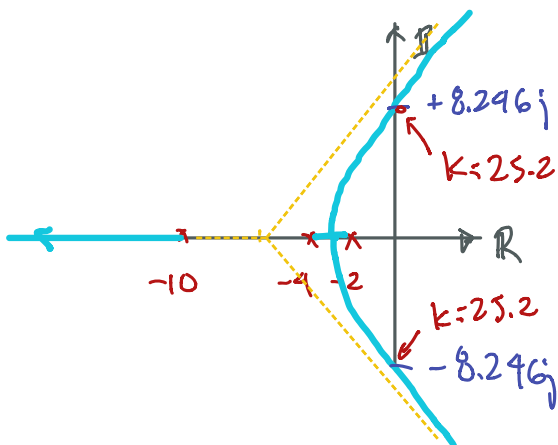
$$5 + 2.5k > 0 \Rightarrow k > -2$$

El cruce con el eje imaginario ocurre con $k = 25.2$

Por lo tanto, el polinomio factor con el que obtenemos el cruce con el eje imaginario es:

$$T(s) = s^2 + (5 + 2.5k) = s^2 + 68 \Rightarrow s_{1,2} = \pm j\sqrt{68} = \pm 8.246j$$

$\uparrow k = 25.2$

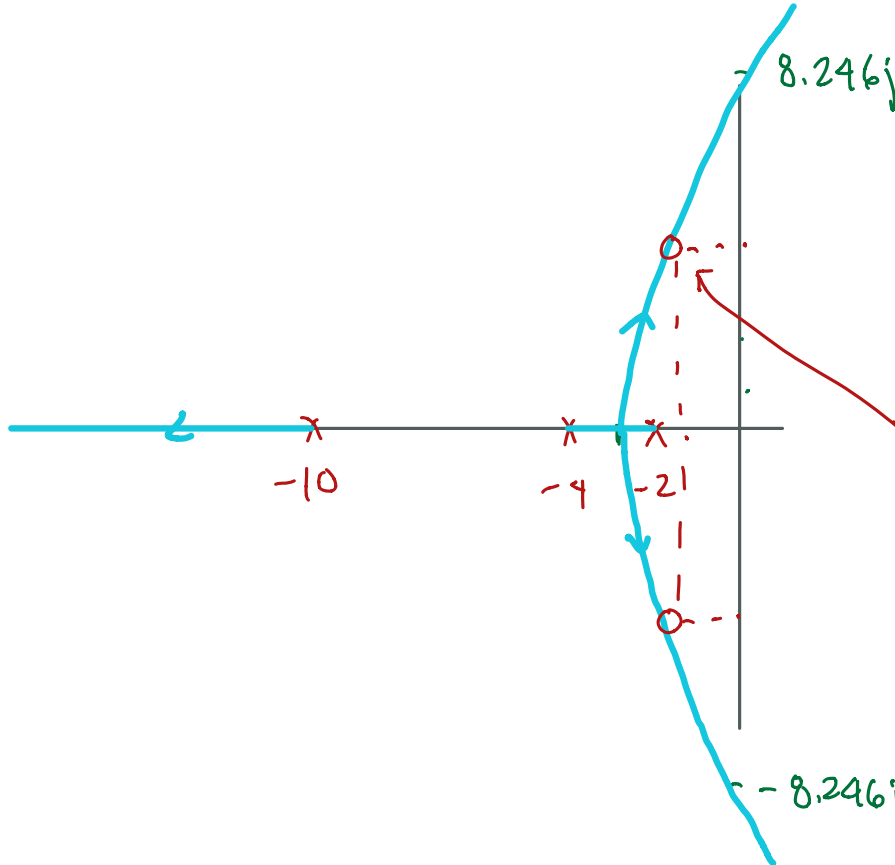


Buscamos ahora el punto de ruptura:

$$K = \frac{-1}{G(s)} = -\frac{s^3 + 16s^2 + 68s + 80}{40}$$

$$\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{1}{40} (3s^2 + 32s + 68) = 0$$

↓ El punto de ruptura es $s = -2.92$

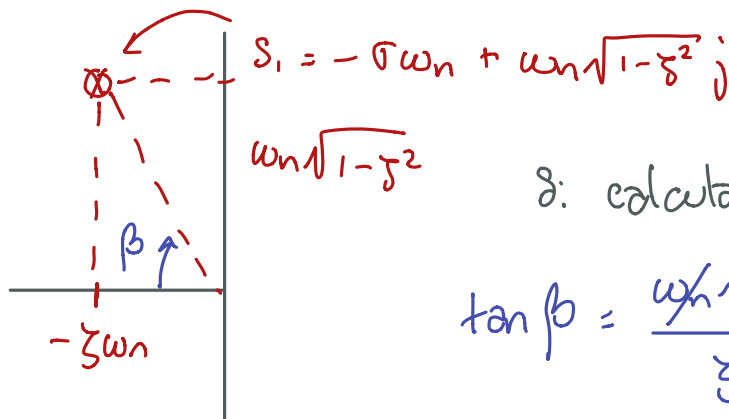


Para determinar el punto en el cual se logra un porcentaje de sobrepaso de 30% buscamos los polos dominantes correspondientes:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n + j\omega_d$$

$$s_{1,2} = \underbrace{-\zeta\omega_n}_{-\sigma} + \underbrace{j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}_{\pm\omega_d j}$$

Para determinar qué valor de los polos realimentados corresponden con $OS\% = 30\%$,



∴ calculamos:

$$\tan \beta = \frac{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta\omega_n} = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

Para el caso del ejemplo:

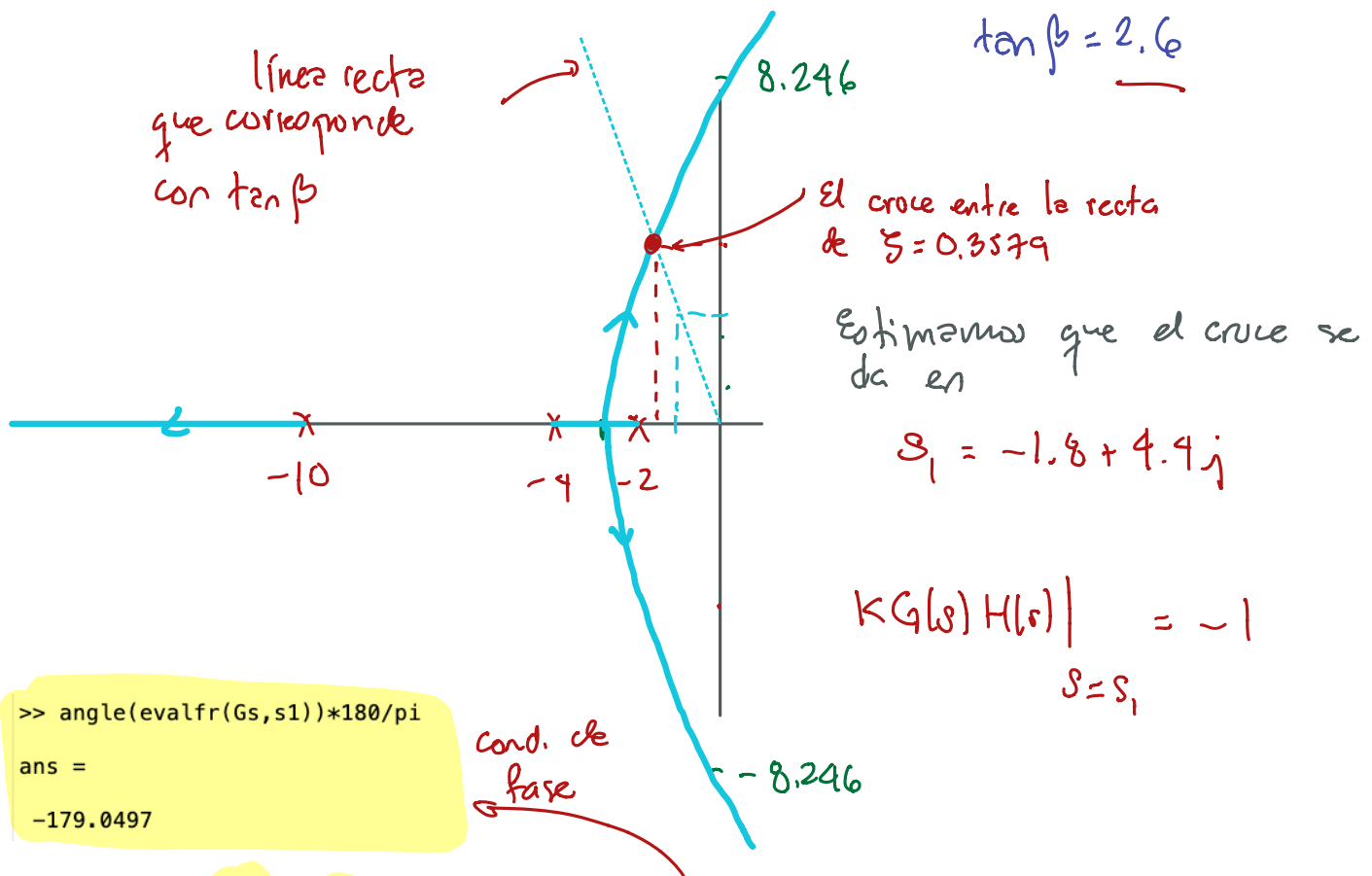
$$\zeta = \frac{-\ln\left(\frac{OS}{100\%}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{OS}{100\%}\right)}} = 0.358$$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

← Nota. Un factor de amortiguamiento dado corresponde con una línea recta que parte del origen con un ángulo con respecto del eje real de β grados, donde

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$$

Para este caso, como $\zeta = 0.358$ ($\%OS = 30\%$) $\Rightarrow \beta = 69^\circ$



Si $s_1 = -1.8 + 4.4j$ está en el LGR, corresponde con

$$s_1 = -\zeta \omega_n + j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \Rightarrow 1.8 = \zeta \omega_n \Rightarrow \omega_n = \frac{1.8}{\zeta} = 5.02$$

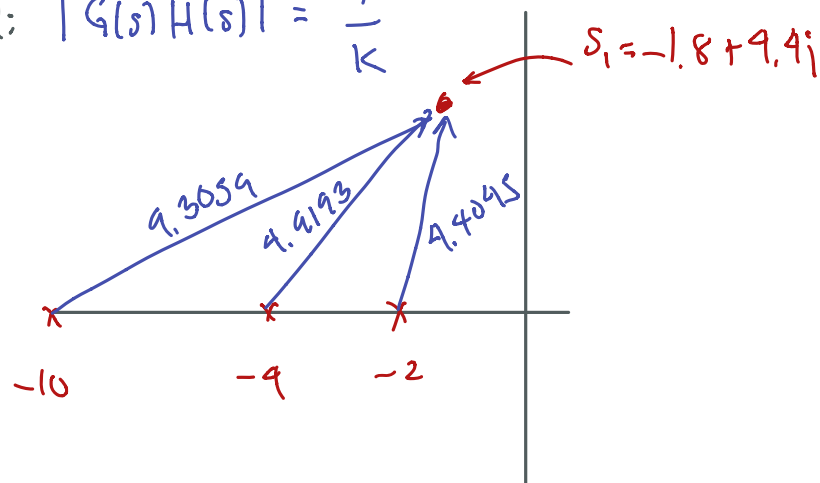
$$\omega_n \approx 5 \text{ rad/s}$$

Para determinar la ganancia correspondiente

empleamos la condición de magnitud: $|G(s)H(s)| = \frac{1}{K}$

$$\left| \frac{40}{s^3 + 16s^2 + 68s + 80} \right| = \frac{1}{K}$$

$$\left| \frac{40}{(s+10)(s+4)(s+2)} \right| = \frac{1}{K}$$



$$K = \frac{|s_1 + 10| |s_1 + 4| |s_1 + 2|}{40} = \frac{(9.3059)(4.9193)(4.4045)}{40} \Rightarrow$$

$$K = 5.04$$

=> Comandos de Matlab de ayuda: → Condición de magnitud:

```
>> K=1/abs(evalfr(Gs,s1))
```

K =

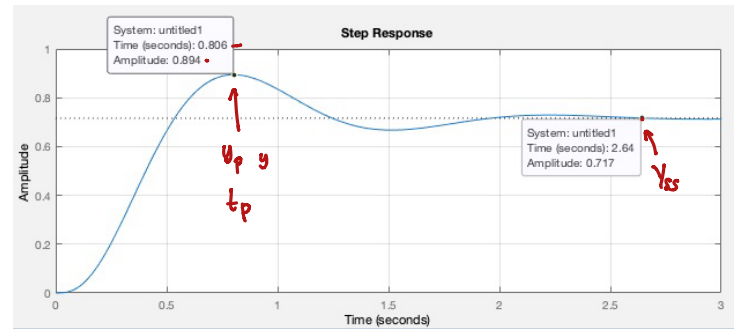
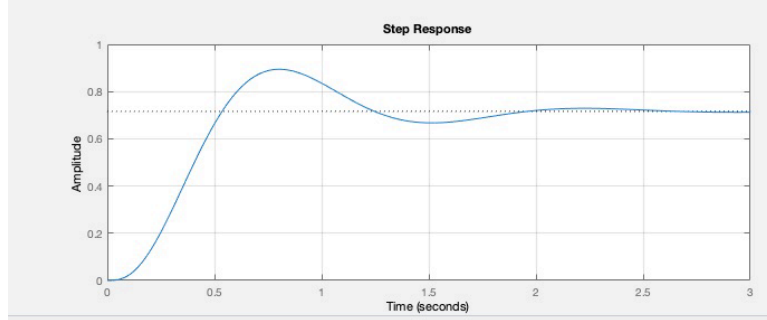
5.0409

- Simulación:

```
>> step(feedback(K*Gs,1));grid on;
```

Figures - Figure 1

Figure 1



Cálculo del %OS del sistema
con base en la simulación →

$$\%OS = \frac{y_p - Y_{ss}}{Y_{ss}} \times 100\%$$

```
>> Yss=0.717;yp=0.894;OS=(yp-Yss)/Yss*100
```

OS =

24.6862