Sistemas lineales invariantes en el tiempo.

M.I Natanael Vieyra Valencia

14 de febrero de 2017

Resumen

La práctica dos de la materia de análisis de sistemas y señales consta de dos partes. Tomando como base la práctica diseñada por el profesor V. M. Sánchez Esquivel, en la primera parte se estudian las propiedades de linealidad e invarianza con ayuda de un circuito RL, la segunda parte comprende las propiedades de la integral de convolución.

1. Cuestionario previo

1. Mencione las propiedades de los sistemas lineales invariantes en el tiempo.
2. ¿Qué es un inductor y cómo se modela matemáticamente?, ¿Cuál es su utilidad?.
3. ¿Qué es la integral de convolución y cuál es su utilidad?.
4. Mencione las principales propiedades de la función impulso.
5. Bosqueje y acote la convolución de las funciones $h(t) = 3[us(t) - us(t-5)]$ y $x(t) = 2[u(t) - u(t-2)]$.
6. Obtenga la respuesta al impulso de un capacitor y úsela para encontrar la respuesta a un escalón por medio de la integral de convolución. Consideré $C = 1$ [F].

$$v_c(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau \tag{1}$$

2. Desarrollo - Parte I

1. Considere un circuito RL en la Figura 1, con $R = 1$ [Ω] y $L = 1$ [H], con una fuente $v(t) = Bu(t)$, y I_0 [A],como condiciones iniciales en el inductor. Encuentre y resuelva la ecuación diferencial para $B = 1$ y $B = 2$ para las condiciones iniciales $I_0 = 1$ y $I_0 = 0$, respectivamente. Determine analíticamente la respuesta a la entrada cero y la respuesta estado cero. ¿Bajo que condiciones el sistema es LTI?.
2. Realice un programa en MATLAB de tal manera que pueda ser validada su respuesta.

3. Utilizando nuevamente el circuito de la Figura 1, considere $B = 1$, $v(t) = u(t-1)$. La respuesta total del circuito RL puede ser expresada como:

$$i_3(t) = I_0 e^{-t} u(t) + B(1 - e^{-(t-1)}) u(t-1) \tag{2}$$

De la actividad número uno se sabe que la respuesta de un sistema RL puede ser caracterizada de la forma:

$$i(t) = (I_0 e^{-t} + B(1 - e^{-t})) u(t) \tag{3}$$

Considere $I_0 = 0$ y $B = 1$, ¿qué puede decir del sistema?, ¿se cumple la propiedad de invarianza?. Realice un programa en $MATLAB$ que valide sus resultados.

4. Para las ecuaciones (2) y (3) de la actividad 3, considere $I_0 = 1$ y $B = 1$, ¿qué puede decir del sistema en esta caso?, ¿bajo que condiciones el sistema es LTI?. Realice un programa en $MATLAB$ que valide sus resultados.

5. ¿Bajo que condiciones la propiedad de superposición se cumplirá?, realice un programa que le permita validar sus resultados.

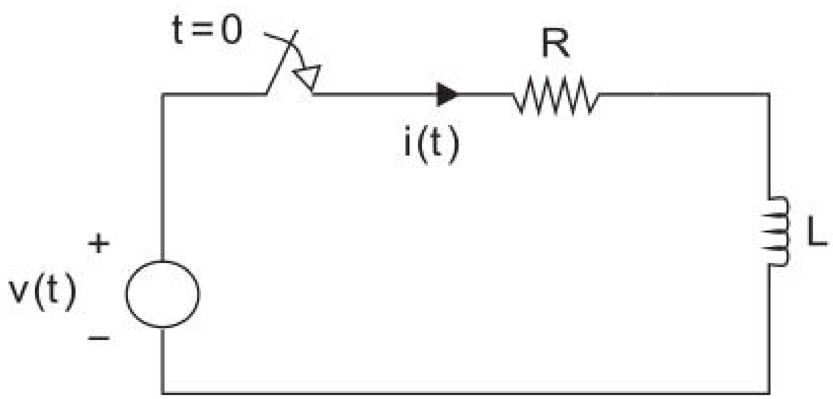

Figura 1: Circuito RL

3. Desarrollo - Parte II

1. Realice un programa en $MATLAB$ y valide su respuesta obtenida en la actividad previa número 4.

2. Bosqueje y acote la derivada con respecto al tiempo de la función $h(t)$ (Realice un programa de $MATLAB$ para validar la respuesta-pulsos).

3. Bosqueje y acote la convolución de las funciones $\dot{h}(t)$ y $x(t)$, $g(t) = \dot{h}(t) * x(t)$ (Realice un programa de $MATLAB$ para validar su respuesta).

4. Bosqueje y acote la integral $g(t)$,

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} g(\tau)d\tau \tag{4}$$

La corriente eléctrica $i(t)$ que muestra la Figura 2 fluye a través de un capacitor lineal invariante en el tiempo con una capacitancia de $2[F]$. Si $v(0) = 0$, calcule y bosqueje para $t \geq 0$

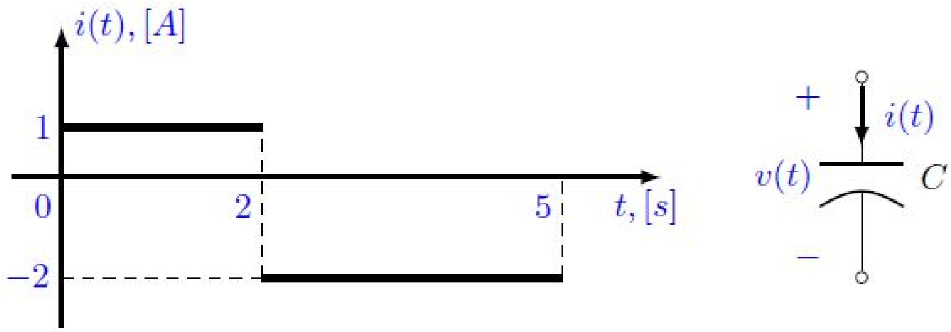

Figura 2: Capacitor lineal e invariante con el tiempo.

Ayuda si: $i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)$ entonces $v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau$.

5. El voltaje en el capacitor $v(t)$.

Referencias

[1] Luis Chaparro. *Signals and systems using MATLAB.* Academic Press, 2010.

[2] Gómez G. Juan Mata H. Gloria, Sánchez E. Víctor. *Análisis de Sistemas y Señales con cómputo avanzado.* F.I. UNAM, 2001.