Linealidad, Invariabilidad y Funciones Singulares

Víctor Manuel Sánchez Esquivel

21 de octubre de 2016

Índice general

1.1. Objetivo de aprendizaje

Que el estudiante adquiera una base sólida de las propiedades fundamentales de los sistemas y las señales que a su vez le permitan desarrollar la habilidad de conocer, utilizar y aplicar las técnicas de estudio de los sistemas lineales e invariantes en el tiempo.

1.2. Introducción Teórica

En esta práctica se estudian sistemas que están constituidos al menos por un elemento que disipa energía y un elemento que almacena energía y cuyos modelos reflejan las características estáticas y dinámicas de su desempeño.

Un *sistema* se describe como una colección de elementos o dispositivos interconectados para actuar como una sola entidad. Un sistema tiene al menos una *señal de salida* que se genera cuando es estimulado al menos por otra señal, denominada *señal de entrada*. Desde este punto de vista, un sistema puede ser considerado como un transductor que transforma la señal de entrada en la señal de salida.

Si la entrada se representa por la función $x(t)$ y la salida por la función $y(t)$, la descripción anterior se puede representa por el *diagrama de bloques* que se muestra en la figura 1.1.

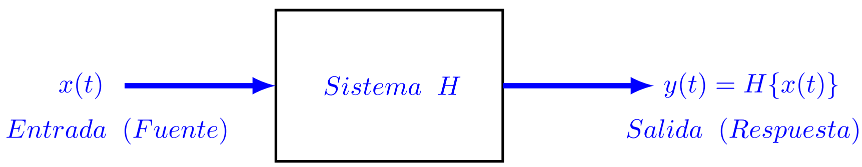

Figura 1.1. Sistema general con una sola entrada $x(t)$ y una sola salida $y(t)$.

1.2.1. Clasificación de sistemas

Todos los sistemas reales poseen algunas incertidumbres, como puede ser los valores de sus parámetros, las mediciones que realizan, las entradas que se aplican y las perturbaciones o ruido inherentes en el medio ambiente. Sin embargo, en el estudio primordial de los sistemas todas estas incertidumbres se desestiman y se considera que todas estas cantidades son constantes y se conocen exactamente.

Bajo esta suposición, la correspondencia de la señal de entrada $x(t)$ a la señal de salida del sistema $y(t)$ está dada por

$$y(t) = H\{x(t)\} \tag{1.1}$$

donde $H\{\cdot\}$ constituye un operador o una función que especifica unívocamente la salida $y(t)$ en términos de la entrada $x(t)$ del sistema. Un sistema que satisface esta condición, se dice que es un *sistema determinístico* o dicho de otra manera: un sistema es determinístico si la respuesta a una entrada es predecible y repetible. Si un sistema no es determinístico, entonces es un *sistema estocástico*.

Un sistema es *amnésico*, *instantáneo* o *algebraico*, si la respuesta para cada valor de la variable independiente depende solo de la entrada en ese mismo valor de la variable independiente. Un modelo de este sistema consiste en una ecuación algebraica. Un sistema que no es amnésico es un sistema que tiene *memoria* y recibe el nombre de *sistema dinámico*. De aquí que, un sistema dinámico es aquel en el que la respuesta en un tiempo dado depende del valor presente de la entrada y de algunos valores anteriores de la entrada.

Un sistema en el cual el tiempo es la variable independiente se dice que es un *sistema causal*, *realizable* o *no-anticipatorio* si su respuesta depende sólo de los valores presente y anteriores de la entrada y no de los valores futuros de la entrada. Un sistema causal es un sistema que se puede construir o realizar, al menos en principio.

Un elemento de dos terminales es de parámetros concentrados si su variable asociada a través de él presenta el mismo valor en ambas terminales, esta condición se satisface si la dimensión física del elemento es despreciable en comparación con la longitud de onda de la más alta frecuencia de interés. Un *sistema de parámetros concentrados* está compuesto por elementos de parámetros concentrados y se puede modelar por medio de una ecuación diferencial ordinaria. Un sistema que no es de parámetros concentrados es un *sistema de parámetros distribuidos*.

Un sistema está *relajado* o en *reposo* en el tiempo t_0, si ninguna energía está presente en el sistema en ese instante.

La característica primaria de un sistema lineal es que, *estando en reposo*, la naturaleza de la respuesta no se ve afectada al cambiar el nivel de la intensidad de la entrada. De manera explicita: Un sistema es lineal si realiza o efectúa las propiedades de *homogeneidad* y *aditividad*.

Un sistema satisface el principio de homogeneidad o se dice que es un sistema *homogéneo*, si la respuesta del sistema debida a la entrada $\alpha x(t)$ es igual a α veces la respuesta debida a la entrada $x(t)$. Esto es

$$H\{\alpha x(t)\} = \alpha H\{x(t)\} \tag{1.2}$$

donde α es una constante no nula.
Un sistema satisface el principio de aditividad o se dice que es *aditivo* si la respuesta del sistema debida a la entrada $x_a(t) + x_b(t)$ es igual a la suma de las respuestas del sistema debidas a $x_a(t)$ y $x_b(t)$ actuando por separado. Esto es

$$H\{x_a(t) + x_b(t)\} = H\{x_a(t)\} + H\{x_b(t)\} \tag{1.3}$$

Cuando se consideran ambas propiedades a la vez

$$H\{\alpha x_a(t) + \beta x_b(t)\} = \alpha H\{x_a(t)\} + \beta H\{x_b(t)\} \tag{1.4}$$

donde α y β son dos constantes diferentes de cero. La ecuación 1.4, frecuentemente, recibe el nombre de *principio de superposición*. Cuando un sistema infringe el principio de homogeneidad o el principio de aditividad, se dice que es un *sistema no-lineal*.

Un sistema es *invariante en el tiempo*, *fijo* o *estacionario* si, *estando en reposo*, un desplazamiento en el tiempo de la señal de entrada sólo causa un desplazamiento en el tiempo de la señal de salida correspondiente. Lo anterior implica que la forma de onda de la respuesta depende *sólo* de la forma de onda de la entrada y no del instante en que se aplica la entrada. Esto es, si la relación *entrada-salida* del sistema está dada por

$$y(t) = H\{x(t)\}$$

entonces, para un *sistema invariante en el tiempo*

$$H\{x(t \pm \tau)\} = y(t \pm \tau) \qquad \forall \tau \tag{1.5}$$

El sistema *inverso* de un sistema es otro sistema que cuando se conecta en cascada con el sistema original, produce una salida igual a la entrada del sistema original dado. En la figura 1.2 se aprecia la conexión en cascada de un sistema y su sistema inverso.

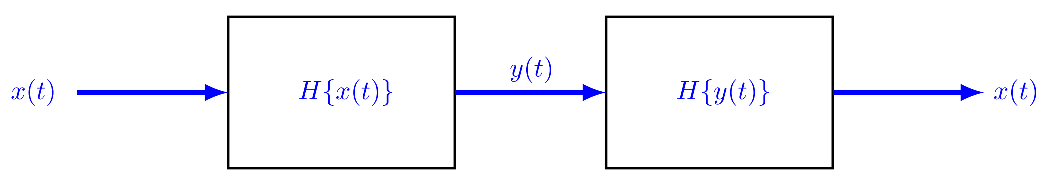

Figura 1.2. Sistema general conectado en casacada con su sistema inverso.

Un sistema es *estable* si permanece en reposo a menos que sea estimulado por una señal de entrada y que regresa al estado de reposo cuando la entrada se elimina.

1.2.2. Funciones singulares

Una *señal* es una entidad física que transporta información, ésta puede ser cuantitativa o cualitativa. Las señales tienen diversos orígenes, v.g. mecánico, eléctrico, acústico o biológico entre otros. Se utilizan para la comunicación entre seres humanos y entre seres humanos y máquinas. Permiten escudriñar el medio ambiente, descubrir detalles de estructuras y expresar lo que no es fácilmente observable; se emplean para controlar y utilizar la energía y la información. Aunque las señales se representar de varias maneras, en todos los casos la información está contenida en algún patrón de variación. Las señales se representan matemáticamente como funciones de una o más variables independientes.

Señales de tiempo continuo: se definen a lo largo del tiempo continuo y se representan por medio de una variable independiente continua. Su valor está especificado para todos los instantes. Frecuentemente se denominan señales analógicas.
Señales de tiempo discreto: se definen en tiempos discretos por lo que su variable independiente tiene solo valores discretos. Su valor está especificado sólo en ciertos instantes.
Señales digitales: son aquellas en las que su valor especificado en tiempos discretos es también discreto.

A continuación se lleva a cabo una introducción de la descripción, caracterización y manipulación de señales con características particulares.

Como se mencionó, con una ecuación diferencial ordinaria se puede caracterizar o modelar un sistema determinístico, dinámico, lineal, causal y de parámetros concentrados. Por lo que, cuando una señal continua presenta discontinuidades, su derivada no se puede manipular matemáticamente y por consiguiente el estudio de las *señales* y los *sistemas* se restringe. Para eliminar esta limitante, se han definido *"funciones"* con ciertas características especiales denominadas *funciones singulares*. A saber:

La función *escalón unitario*, cuyo símbolo es $u_{-1}(t)$ se define como

$$u_{-1}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \tag{1.6}$$

o en forma general

$$u_{-1}\big[f(t)\big] = \begin{cases} 0 & f(t) < 0 \\ 1 & f(t) > 0 \end{cases} \tag{1.7}$$

la gráfica del escalón unitario se observa en la figura 1.3(a).

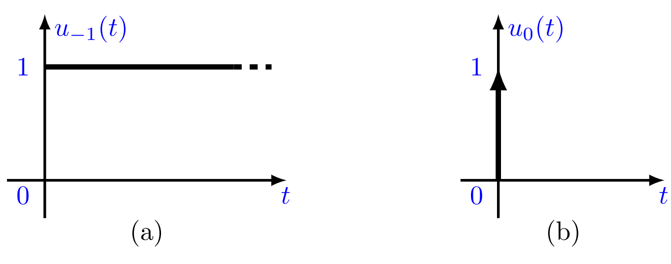

Figura 1.3. (a) Escalón unitario. (b) Impulso unitario.

La derivada del escalón unitario se define como la función *impulso unitario* o función delta de Dirac. Se representa, generalmente, por el símbolo de $\delta(t)$, aunque también se acepta el de $u_0(t)$. Su amplitud recibe el nombre de *momento* o *peso*. En la figura 1.3(b) se observa su representación.

La integral del escalón unitario es la *rampa unitaria*, que se define como

$$u_{-2}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases} \tag{1.8}$$

Asimismo, la integral de la rampa unitaria es la *parábola unitaria*. Integrando la ecuación (1.8), resulta

$$u_{-3}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \dfrac{t^2}{2} & t \geq 0 \end{cases} \tag{1.9}$$

En general, para toda k positiva

$$u_{-k}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \dfrac{1}{(k-1)!}t^{k-1} & t \geq 0 \end{cases} \tag{1.10}$$

Por otro lado, la derivada de $u_0(t)$ es el *doblete unitario*, se representa por medio de $u_1(t)$. Y la derivada del doblete unitario, denotada por $u_2(t)$, es el *triplete unitario*. En la figura 1.4, se representan el doblete y el triplete unitarios.

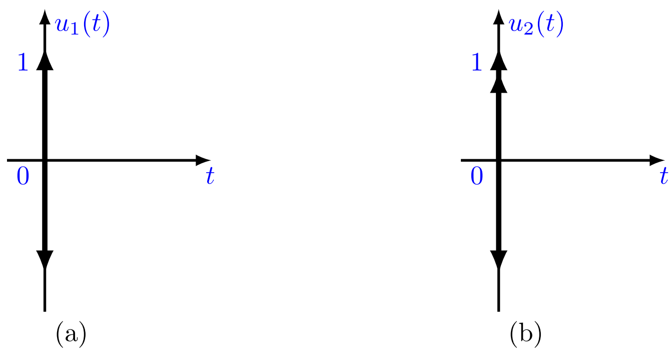

Figura 1.4. (a) Doblete unitario. (b) Triplete unitario.

Las relaciones exhibidas entre las funciones singulares que se han presentado, se sintetizan en las ecuaciones (1.11) y (1.12)

$$\frac{du_k(t)}{dt} = u_{k+1}(t) \qquad \forall k \tag{1.11}$$

$$\int_{-\infty}^{t} u_k(\tau)\,\mathrm{d}\tau = u_{k-1}(t) \qquad \forall k \tag{1.12}$$

Debido al papel trascendental que tiene la función impulso en el estudio de los sistemas y las señales, es conveniente enumerar algunas de sus propiedades o atributos.

En primer lugar, se debe enfatizar que la función impulso es una *"idealización"* matemática. Se introduce por conveniencia matemática y se puede considerar el límite de ciertas funciones que satisfagan las tres siguientes condiciones

$$\begin{aligned} \text{Incremento de altura :} &\quad f(t)\Big|_{t=0} \to \infty \\ \text{Decremento de extención :} &\quad f(t)\Big|_{t\neq 0} = 0 \\ \text{Área unitaria :} &\quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\mathrm{d}t \end{aligned} \tag{1.13}$$

i) Es una función par, esto es

$$\delta(t) = \delta(-t) \tag{1.14}$$

ii) Si $f(t)$ es continua en $t = \tau$

$$f(t)\delta(t-\tau) = f(\tau)\delta(t-\tau) \tag{1.15}$$

esto es, la multiplicación de una función por un impulso unitario es igual a un impulso cuyo momento o peso es el valor de la función donde ocurre el impulso.

iii) La propiedad de ***muestreo*** de la función impulso

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau)\delta(t)\,\mathrm{d}t = f(\tau) \tag{1.16}$$

si $f(t)$ es continua en $t=\tau$.

iv)

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t+\tau)u_1(t)\,\mathrm{d}t = -\frac{d}{dt}f(t)\Big|_{t=\tau} \tag{1.17}$$

si $\frac{d}{dt}f(t)$ es continua en $t=\tau$

1.2.3. Respuesta al impulso

Cuando se aplica la entrada $x(t)$ al sistema H que se muestra en la figura 1.1, *estando el sistema en reposo*, es decir con condiciones iniciales nulas, se obtiene *la respuesta de estado cero*, $y_{zs}(t)$. De la ecuación (1.1) y teniendo en cuenta la ecuación (1.16), resulta

$$y_{zs}(t) = H\left\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau\right\} \tag{1.18}$$

como el operador H opera sobre t y no sobre la variable de integración τ, se tiene

$$y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)H\left\{\delta(t-\tau)\right\}\,\mathrm{d}\tau \tag{1.19}$$

donde $H\{\delta(t-\tau)\}$, es la respuesta de estado cero del sistema H cuando se aplica un impiso en $t=\tau$. Esto es

$$h(t,\tau) = H\left\{\delta(t-\tau)\right\} \tag{1.20}$$

En la figura 1.5, se observa el concepto de la respuesta al impuso.

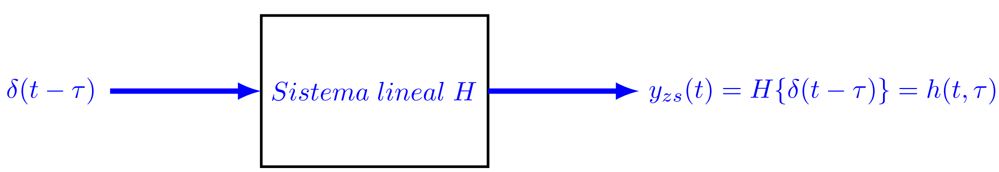

Figura 1.5. Respuesta al impulso.

Sustituyendo la ecuación (1.20) en la ecuación (1.19)

$$y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t,\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{1.21}$$

Cuando el sistema H además de ser lineal es invariante en el tiempo,

$$h(t,\tau) = h(t-\tau) \tag{1.22}$$

por lo que

$$y_{zs}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{1.23}$$

La ecuación (1.23) es la *Integral de convolución*, ***transcendental***, en el estudio de los sistemas lineales e invariantes en el tiempo. La integral de convolución se representa como

$$y_{zs}(t) = x(t) * h(t) \tag{1.24}$$

1.2.4. Propiedades de la integral de convolución

La integral de convolución, de un sistema causal que inicia en $t = 0$ tiene las siguientes propiedades.

i) Conmutatividad

$$x(t) * h(t) = \int_0^t x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_0^t x(t-\tau)h(\tau)\,\mathrm{d}\tau = h(t) * x(t) \tag{1.25}$$

ii) Derivada de la integral de convolución

$$\frac{d}{dt}\Big[x(t) * h(t)\Big] = x(t)h(0) + x(t) * \frac{d}{dt}h(t)$$

como

$$h(t) = 0 \qquad \text{para} \qquad t \leq 0$$

entonces

$$\frac{d}{dt}\Big[x(t) * h(t)\Big] = x(t) * \frac{d}{dt}h(t) = \frac{d}{dt}x(t) * h(t) \tag{1.26}$$

Al aplicar el resultado anterior varias veces

$$\frac{d^n}{dt^n}\Big[x(t) * h(t)\Big] = \frac{d^k}{dt^k}x(t) * \frac{d^{n-k}}{dt^{n-k}}h(t) \tag{1.27}$$

iii) Integral de la integral de convolución

$$\int_0^t h(\tau) * x(\tau)\,\mathrm{d}\tau = h(t) * \left[\int_0^t x(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right] = \left[\int_0^t h(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right] * x(t) \tag{1.28}$$

1.3. Material y equipo

- Una PC.
- Una conexión a internet.

1.4. Actividad de investigación previa

1. Proporcione tres ejemplos de sistemas determinísticos y tres ejemplos de sistemas estocásticos, especifique la entrada y la salida.
2. Proporcione tres ejemplos de sistemas algebraicos y tres ejemplos de sistemas dinámicos, especifique la entrada y la salida.
3. Proporcione tres ejemplos de sistemas causales y tres ejemplos de sistemas no causales, especifique la entrada y la salida.
4. Proporcione tres ejemplos de sistemas lineales y tres ejemplos de sistemas no-lineales, especifique la entrada y la salida.
5. Proporcione tres ejemplos de sistemas invariantes en el tiempo y tres ejemplos de sistemas variantes en el tiempo, especifique la entrada y la salida.
6. Encuentre un función que satisfaga las propiedades de la ecuación (1.13) y aproxime a la función impulso, $\delta(t)$.
7. Demuestre la propiedad de muestreo de la función impulso, ecuación (1.16).
8. Demuestre, integrando por partes, la ecuación (1.17).
9. Bosqueje y acote la convolución de las funciones $h(t) = 3\big[u_{-1}(t) - u_{-1}(t-5)\big]$ y $x(t) = 2\big[u_{-1}(t) - u_{-1}(t-2)\big]$.

10. Bosqueje y acote la derivada con respecto al tiempo de la función $h(t)$, esto es

$$\frac{d}{dt}h(t) = \dot{h}(t)$$

11. Bosqueje y acote la convolución de las funciones $\dot{h}(t)$ y $x(t)$,

$$g(t) = \dot{h}(t) * x(t)$$

12. Bosqueje y acote la integral de $g(t)$,

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} g(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

La corriente eléctrica $i(t)$ que se muestra en la figura 1.6 fluye a través de un capacitor lineal e invariante en el tiempo con una capacitancia de $2\,F$. Si $v(0) = 0$, calcule y bosqueje para $t \geq 0$:[1]

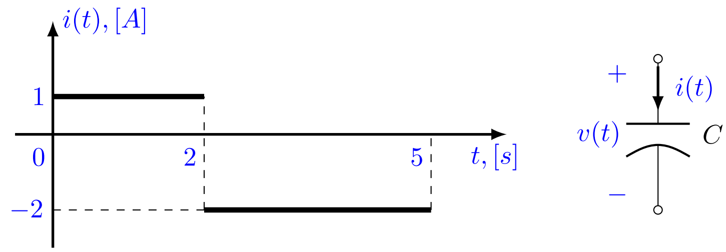

Figura 1.6. Capacitor lineal e invariante en el tiempo.

Ayuda: Si $i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)$ entonces $v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)\,\mathrm{d}\tau$.

13. El voltaje $v(t)$.

14. La potencia instantánea que se suministra, es decir, $p(t) = v(t)i(t)$.

15. La energía almacenada por el capacitor, esto es, $W(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} p(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_{t_0}^{t} v(\tau)i(\tau)\,\mathrm{d}\tau$.

1.5. Desarrollo

1.5.1. Experimento 1

Con su equipo, lleve a cabo una exposición de cualquiera de los modelos seleccionados en la investigación previa y justifique su selección.

1.5.2. Experimento 2

Para la función que proporcionó en la actividad 6 de la investigación previa, elabore un programa en Matlab que valide la aproximación a la función impulso.

1.5.3. Experimento 3

Escriba el siguiente código de Matlab, ejecútelo y verifique el resultado que obtuvo en la actividad 9 de la investigación previa.

En la dirección ftp://ftp.wiley.com/public/college/Engineering, se encuentran los archivos de órdenes necesarios para la ejecución del programa.

[1] Este ejercicio se propone en el capítulo 2 del texto *Basic Circuit Theory* de C. A. Desoer y E. S. Kuh.

```
% De la práctica de linealidad e invariabilidad

clear all; clc; home
format short eng
format compact
t1 = -1; dt = 0.01; t2 = 10;
t = t1:dt:t2;       % t: vector para las señales x(t) y h(t)
x = 2*(us(t) - us(t - 2));
h = 3*(us(t) - us(t - 5));
y = dt*conv(x,h);
tc = 2*t1:dt:2*t2;  % t: vector para la señal y(t)
a = t1:2:t2; b = -1:2:5; p = [0.16,0.6,0.28,0.28];
plct(t,x,a,b,p,1,1.5,'-',0); hold on
plct(t,h,a,b,p,1,1.5,'r-',0); hold off
xlabel('t'); ylabel('x(t), h(t)');
text(2.3,0.8,'x(t)'); text(4.5,2.5,'h(t)'); p(1) = 0.55;
b = -1:2:14;
plct(tc,y,a,b,p,1,1,'m-',0);
title('Convolución: h(t)*x(t)');
xlabel('t'); ylabel('y(t)');
% pause; close
```

¿Coinciden los resultados con los obtenidos en la investigación previa?
Al comparar este procedimiento con las actividades previas 10, 11 y 12, ¿Qué se infiere?

1.5.4. Experimento 4

Proponga otras funciones, realice las modificaciones necesarias, y efectúe la convolución de las mismas con el código de Matlab proporcionado.
¿El resultado que se produce, corresponde al teórico? ¿Cuáles son sus conclusiones?

1.5.5. Experimento 5

En el siguiente código de Matlab, se emplean las propiedades de linealidad e invariabilidad para determinar el voltaje en el capacitor de la actividad previa 13. Ejecútelo.

```
% Inciso a) del problema 16 del capítulo 2 del  libro Basic Circuit Theory de C. Desoer y E. Kuh

clear all; clc; home
format short eng
format compact
incremento = 0.01;
t = -1:incremento:7;        % Tiempo

op_usuario = input('Selecciona una opción: 1 o 2 ');
switch op_usuario

case 1
i = us(t) - 3*us(t - 2) + 2*us(t - 5);
i1 = us(t);
i2 = -3*us(t - 2);
i3 = 2*us(t - 5);


subplot(2,2,1);plot(t,i1,'LineWidth',2,'color','red');
grid on; axis([0 7 -3 2]);
title('Primer escalón de la corriente eléctrica')
ylabel('i(t),[A]'); xlabel('t,[s]')
subplot(2,2,2);plot(t,i2,'LineWidth',2,'color','magenta');
grid on; axis([0 7 -3 2]);
```

```
title('Segundo escalón de la corriente eléctrica')
ylabel('i(t),[A]'); xlabel('t,[s]')
subplot(2,2,3);plot(t,i3,'LineWidth',2,'color','green');
grid on; axis([0 7 -3 2]);
title('Tercer escalón de la corriente eléctrica')
ylabel('i(t),[A]'); xlabel('t,[s]')

subplot(2,2,4);plot(t,i1,'LineWidth',2,'color','red');
grid on; axis([0 7 -3 2]);
hold on
subplot(2,2,4);plot(t,i2,'LineWidth',2,'color','magenta');
subplot(2,2,4);plot(t,i3,'LineWidth',2,'color','green');
subplot(2,2,4);plot(t,i1 + i2 + i3,'LineWidth',3);
title('Corriente eléctrica en el capacitor')
ylabel('i(t),[A]'); xlabel('t,[s]')
hold off
pause; close

case 2
C = 2;
v1 = 1/C*ur(t);
v2 = 1/C*(- 3*ur(t - 2));
v3 = 1/C*(2*ur(t - 5));
v4 = 1/C*(ur(t) - 3*ur(t - 2) + 2*ur(t - 5));
subplot(2,2,1); plot(t,v1,'LineWidth',2,'color','red');
grid on; axis([0 7 -3 2])
title('Respuesta debida al primer escalón')
ylabel('v(t),[V]'); xlabel('t,[s]')
subplot(2,2,2); plot(t,v2,'LineWidth',2,'color','magenta');
grid on; axis([0 7 -3 2])
title('Respuesta debida al segundo escalón')
ylabel('v(t),[V]'); xlabel('t,[s]')
subplot(2,2,3); plot(t,v3,'LineWidth',2,'color','green');
grid on; axis([0 7 -3 2])
title('Respuesta debida al tercer escalón')
ylabel('v(t),[V]'); xlabel('t,[s]')

subplot(2,2,4); plot(t,v1,'LineWidth',2,'color','red');
grid on; axis([0 7 -3 2])
hold on
subplot(2,2,4); plot(t,v2,'LineWidth',2,'color','magenta');
subplot(2,2,4); plot(t,v3,'LineWidth',2,'color','green');
subplot(2,2,4); plot(t,v1 + v2 + v3,'LineWidth',3);
title('Respuesta de estado cero')
ylabel('v(t),[V]'); xlabel('t,[s]')
hold off
pause; close


otherwise
disp('Se debe seleccionar 1 o 2')

end
```

¿Coincide el resultado con la solución que ha proporcionado? ¿Qué concluye?

1.5.6. Experimento 6

A partir de sus resultados, determine la respuesta al impulso del sistema *capacitor lineal e invariante en el tiempo*. Justifique su procedimiento.

1.5.7. Experimento 7

Modifique el código de Matlab del experimento 3, y lleve a cabo la convolución de la respuesta al impulso encontrada y la corriente eléctrica que fluye a través del capacitor y se muestra en la figura 1.6.

1.5.8. Experimento 8

Demuestre que la potencia instantánea de la actividad previa 14, está dada por la ecuación (1.29)

$$p(t) = 0.5u_2(t) - 3u_1(t-2) + 1.5u_2(t-2) - 4u_2(t-5) - 2u_2(t-5) \tag{1.29}$$

1.5.9. Experimento 9

Elabore un programa de Matlab que permita visualizar la gráfica de la potencia instantánea $p(t)$.
Ejecútelo. ¿Coincide el resultado con la solución que ha proporcionado? ¿Qué concluye?

1.5.10. Experimento 10

Desarrolle un programa de Matlab que permita realizar la función parábola unitaria dada por la ecuación (1.9).

1.5.11. Experimento 11

Con la ecuación de la potencia instantánea, (1.29), y la parábola unitaria; confeccione un programa de Matlab que permita bosquejar y acotar la energía en el capacitor de la actividad previa 15.
Ejecútelo. ¿Coincide el resultado con la solución que ha proporcionado? ¿Qué concluye?

1.5.12. Experimento 12

Proponga otro sistema que permita llevar a cabo un análisis semejante al que se ha realizado.[2]

1.6. Bibliografía

ftp://ftp.wiley.com/public/college/Engineering
Haykin, S., Van Veen, B. *Signal and Systems.* USA: John Wiley & Sons, Inc., 2005.
Mata, G,, Sánchez, V., y Gómez, J. *Análisis de Sistemas y Señales con computo avanzado.* C. de México: Facultad de Ingeniería UNAM, 2002.
Carlson, G. E. *Signal and Linear System Analysis.* New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998.
Neff, H. P., Jr. *Continuous and Discrete Linear Systems.* New York: Harper & Row, 1984.
Canales, R. R. y Barrera, R. R. *Análisis de Sistemas Dinámicos y Control Automático.* México: Ed. Limusa, 1977.
Liu, C. L., Liu,J. W. S. *Linear Systems Analysis.* Tokio: McGraw-Hill Kogakusha, 1975.
Desoer, C. A. and Kuh, E. S. *Basic Circuit Theory.* New York: McGraw-Hill Book Company, 1969.

[2]Se sugiere realizar el ejercicio 17 del capítulo 2 del texto *Basic Circuit Theory* de C. A. Desoer y E. S. Kuh.