Generación y Detección de Tonos de Marcado DTMF

Gloria Mata Hernández

15 de marzo de 2017

Índice general

1.1. Objetivo de aprendizaje

El alumno reafirmará los conceptos de Serie de Fourier, Transformada de Fourier y Respuesta en Frecuencia en tiempo discreto, a través de una secuencia de desarrollos que conllevan a la aplicación de Generación y Detección de Tonos de Marcado DTMF.

1.2. Introducción Teórica

1.2.1. Serie de Fourier de señales peródicas de TD

Una señal de TD se puede representar mediante una suma de N exponenciales complejas, armónicamente relacionadas como se expresa en la Ec.(1.1), en donde N es el periodo de la señal, y a_k son los coeficientes espectrales de la serie de Fourier de TD.

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \tag{1.1}$$

La Ec.(1.1) se le nombra *Ecuación de Síntesis*.

Los coeficientes a_k se pueden calcular mediante la Ec.(1.2), la cual se le nombra *Ecuación de Análisis*.

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \tag{1.2}$$

1.2.2. Transformada de Fourier de un SLIT

Un sistema LIT de orden N está descrito mediante la ecuación en diferencias establecida por la Ec.(1.3).

$$\sum_{k=0}^{N} a_k\, y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k\, x[n-k] \tag{1.3}$$

que al aplicar las propiedades de la Transformada de Fourier se obtiene

$$\sum_{k=0}^{N} a_k\, e^{-jk\omega} Y(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{M} b_k\, e^{-jk\omega} X(e^{j\omega}) \tag{1.4}$$

de manera equivalente

$$H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k\, e^{-jk\omega}}{\sum_{k=0}^{N} a_k\, e^{-jk\omega}} \tag{1.5}$$

en donde $H(e^{j\omega})$ es la expresión de la Respuesta en Frecuencia.

Considerando un sistema de primer orden, en donde $N = 1$, $M = 0$, $b_0 = 1$ y $a_0 = 1$ se obtiene el modelo en el dominio del tiempo como

$$y[n] + a\, y[n-1] = x[n] \tag{1.6}$$

cuya respuesta en frecuencia es

$$H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{1}{1 + ae^{-j\omega}} \tag{1.7}$$

El comportamiento en el dominio de la frecuencia se describe mediante la magnitud y la fase de $H(e^{j\omega})$, como se muestra en las Figuras 1.1 y 1.1. Considerando $a = \pm 0.5$ se obtienen las siguientes gráficas:

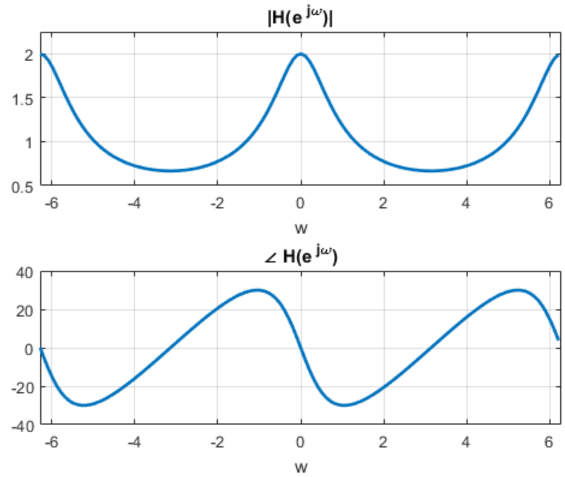

Figura 1.1: Filtro Paso Bajas con $a < 0$

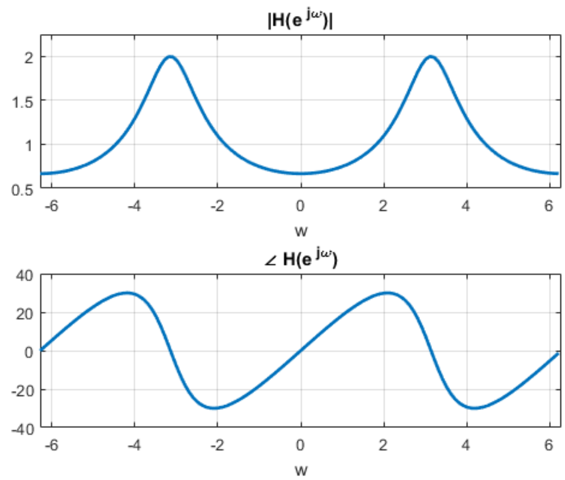

Figura 1.2: Filtro Paso Altas con $a > 0$

Se observa en las Figuras que el espectro de los sistemas de TD es continuo y periódico con una frecuencia de 2π.
Matlab dispone de la función **butter()** para determinar los coeficientes de la función de transferencia de un filtro Butterworth digital de orden n y de la función **freqz()** para obtener los vectores de la respuesta en frecuencia.

1.3. Material y equipo

- Computadora con Matlab

1.4. Actividad de investigación y desarrollo previo

1. Sistema de Identificación de frecuencias de la señal $x[n]$.
   En esta actividad se identifican las frecuencias que componen una señal $x[n]$. Reafirmará los conceptos de Serie de Fourier, función de transferencia, transformada de Fourier, respuesta en frecuencia, filtro en TD.
   El diagrama de bloques del sistema de detección de frecuencia se muestra en la Figura 1.3.

   a) Analice cuidadosamente el digrama de bloques para comprender la funcionalidad.

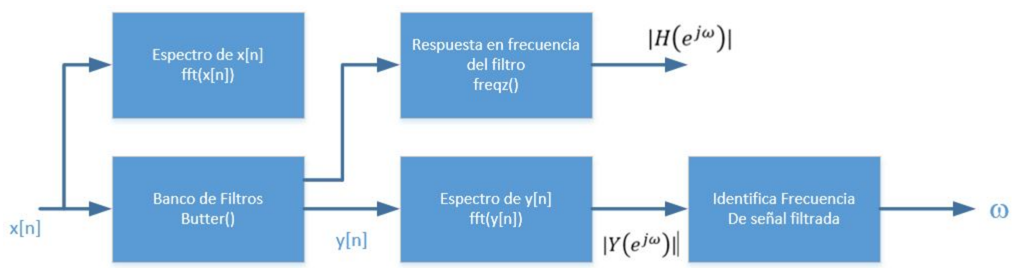

Figura 1.3: Diagrama de bloques del sistema de detección de frecuencia

2. El programa descrito se compone de tres partes:

   - Generación de señal
   - Identificación de la primera frecuencia
   - Identificación de la segunda frecuencia

   en el cual se generan dos gráficas: Figura 1 y Figura 2.

   a) Transcriba y ejecute el programa.

   b) Analice el programa e identifique la funcionalidad de acuerdo con el digrama de bloques de la Figura 1.3.

```
%Tonos. Solución Base para la aplicación Tonos
%Genera señal con dos frecuencias
n=0:7; %Periodo de la señal de señal de 2 frecuencias
x1=cos(pi*n/4)+cos(3*pi*n/4);   %señal de 2 frecuencias
yf1=1./(length(n))*fft(x1);   %Espectro de señal de 2 frecuencias
k=n;
stem(k,yf1(k+1))            %Grafica de Espectro de señal de 2 frecuencias

%Identifica 1a frecuencia
[b,a]=butter(2,3/8);        %selección de filtro
[H,w]=freqz(b,a);            % Respuesta en frecuencia del filtro
hold on
plot(w,abs(H)); grid            % Grafica de Respuesta en frecuencia del filtro
yf11=filter(b,a,x1);            % Respuesta a la salida del filtro
yf12=(1./length(n))*fft(yf11);   % Espectro de la señal filtrada
figure
stem(k,abs(yf1(k+1)))    % Espectro de la señal x[n]

[m1 i1]=max(abs(yf12))      % Valor máximo del espectro de señal filtrada
disp('la frecuencia 1 es 2pi por:')
```

```
frecuencia=(pi./length(n))*(i1-1); %Identificación de frecuencia
rats((1./length(n)).*(i1-1))

%Identifica 2a frecuencia             Se repite para una segunda frecuencia
[b1,a1]=butter(2,5/8,'high');
[H1,w]=freqz(b1,a1);
hold on
plot(w,abs(H1)); grid
yf21=filter(b1,a1,x1);
yf22=(1./length(n))*fft(yf21);

[m2 i2]=max(abs(yf22))
disp('la frecuencia 2 es 2pi por:')
frecuencia=(pi./length(n))*(i1-1);
rats((1./length(n)).*(i1-1))
```

3. Con base en el programa y Figuras generadas responda las siguientes preguntas

   a) ¿Que representa la señal de TD de la Figura 1?

   b) ¿Que representa la señal de TC de la Figura 1 y de la Figura 2?

   c) Reconstruya la señal $x[n]$ y grafíquela.

   d) ¿En que intervalo de frecuencias se encuentran las señales de TD?

   e) ¿Que es un filtro?

   f) ¿Que tipo de filtros se están utilizando?

   g) ¿Cual es la frecuencia de corte de la Figura 1 y de la Figura 2?

   h) Proponga una nueva frecuencia de corte para la señal de la Figura 2, de manera que no permita el paso de la primera armónica.

   i) La Figura 1.4 incluye la respuesta en frecuencia de cuatro tipos de filtros.

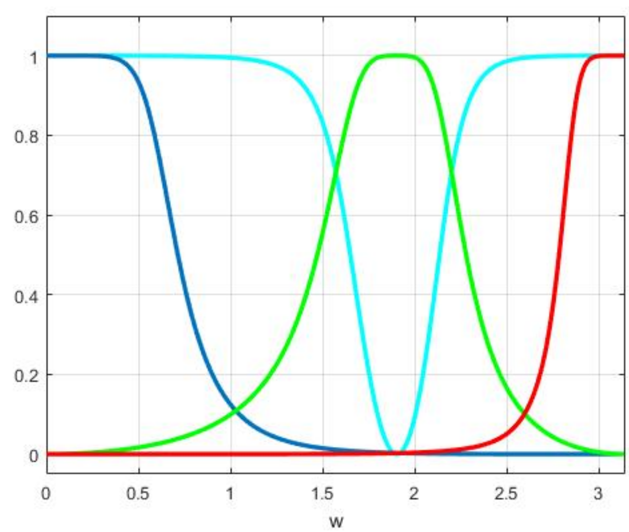

Figura 1.4: Respuesta en frecuencia de cuatro filtros en TD

- ¿Como se identifican y nombran a cada uno?
- ¿Cual es la frecuencia de corte de cada uno, aproximadamente?

4. Mediante las funciones **butter()** y **freqz()**, obtenga los siguientes filtros:

    a) Obtenga la expresión de la respuesta en frecuencia de un filtro digital Butterworth **paso baja de segundo orden**, con una frecuencia de corte $\pi/10$ y grafique la respuesta en frecuencia en amplitud. Verifique la frecuencia de corte.

    b) Repita el ejercicio *a)* para un filtro digital Butterworth **paso baja de segundo orden** con una frecuencia de corte $\pi/2$.

    c) Repita el ejercicio *a)* para un filtro digital Butterworth **paso baja de cuarto orden** con una frecuencia de corte $\pi/2$.

    d) Repita el ejercicio *a)* para un filtro digital Butterworth **paso banda de segundo orden**, cuyas frecuencias de corte son $\omega_{c1} = 2\pi/10$ y $\omega_{c2} = 3\pi/10$.

    e) Repita el ejercicio *d)* con frecuencias de corte de $\omega_{c1} = 4\pi/10$ y $\omega_{c2} = 6\pi/10$.

    f) Repita el ejercicio *d)* para un filtro digital Butterworth **supresor de banda de segundo orden**, cuyas frecuencias de corte son $\omega_{c1} = 5\pi/10$ y $\omega_{c2} = 8\pi/10$.

    g) Repita el ejercicio *a)* para un filtro digital Butterworth **paso alta de segundo orden** y una frecuencia de corte $9\pi/10$.

    .

1.5. Actividad Experimental: Filtrado de Señales

1. En esta actividad la señal $x[n]$ se compone de 4 cosenos. Se utilizaran los filtros para separar cada una de las señales como se indica en la Figura 1.5.

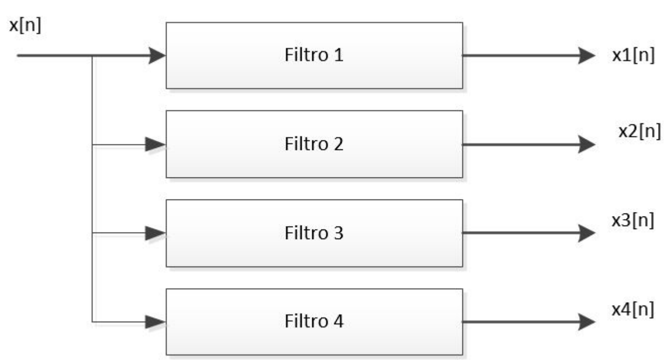

Figura 1.5: Respuesta en frecuencia de cuatro filtros en TD

$$x[n] = x1[n] + x2[n] + x3[n] + x4[n] \tag{1.8}$$

$$x[n] = 6\,cos\left(\frac{\pi n}{20}\right) + 4\,cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) + 2\,cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \,cos\left(\pi n\right) \tag{1.9}$$

   a) Obtenga el espectro de la señal $x[n]$ y grafíquelo.

   b) Seleccione el filtro más adecuado con el que se pueda separar cada una de las señales.

   c) Grafique la respuesta del filtro y verifique si se ha recuperado adecuadamente la componente de $x[n]$.

1.6. Actividad Experimental: Generación y Detección de Tonos de Marcado

En teléfonos con marcación por Tono, al presionar cada botón se genera un conjunto único de señales de dos tonos, que se denominan señales de multifrecuencia de doble tono (DTMF), que se procesan para identificar el número marcado determinando las dos frecuencias de tonos asociadas. Se utilizan siete frecuencias para codificar los diez dígitos y los dos botones especiales marcados "$*$" y "$\#$". Las frecuencias de banda baja son $697Hz$, $770Hz$, $852Hz$ y 941 Hz. Las restantes tres frecuencias pertenecientes a la banda alta son $1209Hz$, $1336Hz$, y $1477Hz$. La cuarta frecuencia de banda alta de $1633Hz$ no se usa y se ha asignado para aplicaciones que permitan el uso de cuatro botones para servicios especiales. Las asignaciones de frecuencia utilizadas en el esquema de marcado por Tono se muestran en la Figura 1.6.

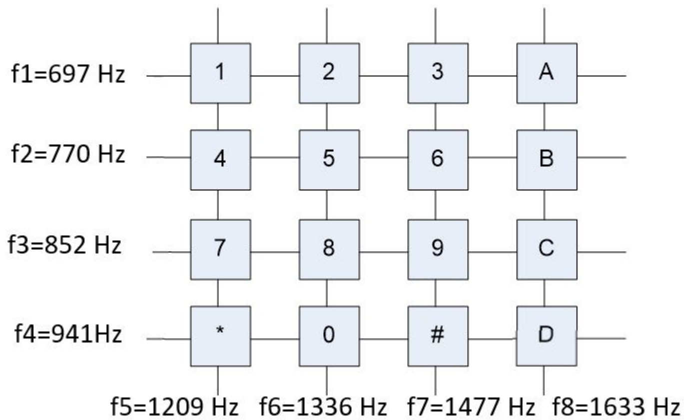

Figura 1.6: Frecuencia de DTMF

El algoritmo que se usa para identificar las dos frecuencias asociadas con el botón oprimido incluye la separación de los dos tonos, primero mediante un filtro pasa bajas y otro pasa altas. La frecuencia de corte del filtro pasa bajas es ligeramente superior a 1000 Hz, en tanto que la del filtro pasa altas es un poco inferior a 1200 Hz. La salida de cada filtro se procesa por medio de un banco de filtros pasa banda con bandas de paso estrechas. Los cuatro filtros pasa banda en el canal de baja frecuencia tienen frecuencias centrales a 697 Hz, 770 Hz, 852 Hz y 941 Hz. Los cuatro filtros pasa banda en el canal de alta frecuencia tienen frecuencias centrales a 1209 Hz, 1336 Hz, 1477 Hz, y 1633 Hz. El diagrama de bloques se muestra en la Figura 1.7.

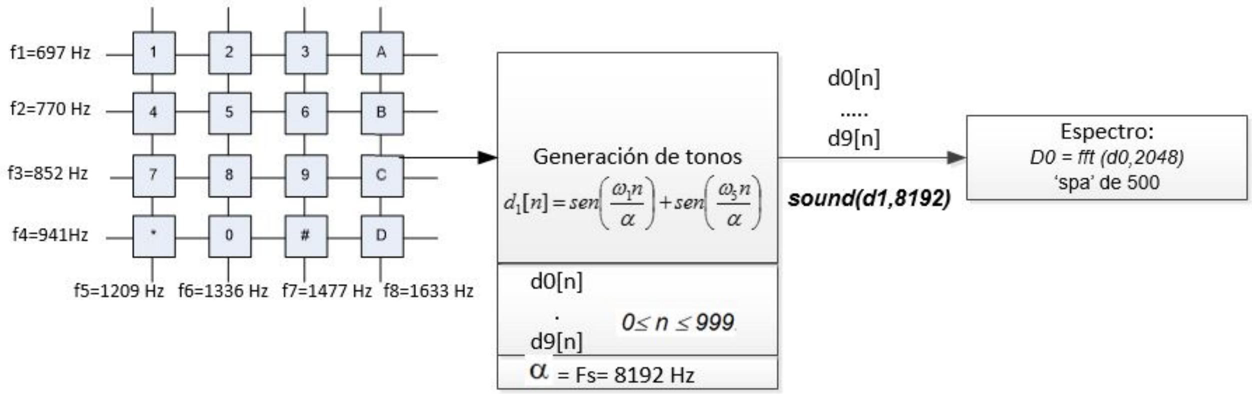

Figura 1.7: Diagrama de bloque para la detección de DTMF

1. Genere los tonos correspondientes a cada botón. Por ejemplo, para el dígito 1 se tiene:

$$d_1[n] = sin\left(\frac{\omega_1 n}{\alpha}\right) + sin\left(\frac{\omega_5 n}{\alpha}\right)$$

   en donde d1 es la señal para el tono del botón No. 1 y α es la frecuencia de muestreo de 8192 Hz.

2. Genere los vectores d0 a d9 para representar los 10 dígitos con una longitud n de $0 \leq n \leq 9999$. Escuche la señal con **sound()**. Por ejemplo **sound**(d1,8192).

3. La función **fft()** calcula N muestras de la DTFT de una señal de longitud finita a las frecuencias

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N}$$

   para $0 \leq k \leq N-1$.

   Por ejemplo, **D0 = fft (d0,2048)** calcula 2048 muestras correspondientes al espectro del dígito $d0$. Grafique la respuesta en frecuencia para cada dígito.

4. Defina un vector $'spa'$ de 500 muestras con la función **zeros**, que permitirá dejar un espacio entre tono y tono.

5. Defina un vector que contenga un número de teléfono:
   tel = [do spa d1 spa d2 spa ...]
   Escuche el tono con **sound()**.

6. Analice y realice el algoritmo para separar las frecuencias y detectar el No. marcado.

1.7. Desarrollo Complementario

1. Obtenga la gráfica del espectro de cada dígito e identifique las frecuencias de cada componente.
2. Obtenga la gráfica de la respuesta en frecuencia del filtro paso bajas.
3. Obtenga la gráfica de la respuesta en frecuencia del filtro paso altas.
4. Obtenga las gráficas de la respuesta en frecuencia de los filtros paso banda.
5. Identifique en cada caso las frecuencias de corte.

1.8. Conclusiones

1.9. Bibliografía

Mata H. Gloria, Sánchez E. Víctor, Gómez G. Juan, (2001), Análisis de Sistemas y Señales con cómputo avanzado. F.I. UNAM