PRÁCTICA 8

Teoremas de redes

Objetivo. Comprobación experimental de los teoremas de Sustitución, Tellegen, Superposición, Thévenin y Norton y Reciprocidad.
Que el alumno se familiarice con tales teoremas y sea capaz de utilizarlos ya sea para obtener la solución de problemas teóricos y prácticos o para simplificar el análisis de redes o circuitos complejos.

Teoría básica

I. Teorema de Sustitución.

Este teorema al igual que el teorema de Tellegen es general y se puede aplicar a circuitos lineales o no lineales, variantes o invariantes en el tiempo. Se restringe su uso a circuitos de parámetros concentrados o sea que satisfagan las leyes de Kirchhoff y además que sean determinísticos; es decir, que no haya incertidumbre acerca de los voltajes y corrientes de rama.

El teorema establece que si en una rama k arbitraria, no acoplada a ninguna otra rama, circula una corriente j_k y en sus terminales hay una diferencia de potencial V_k, dicha rama puede sustituirse por una fuente independiente ideal de corriente de valor j_k o una fuente independiente ideal de voltaje de valor V_k.

Si el circuito modificado tiene solución única para las corrientes y voltajes de rama, dichas corrientes y voltajes de rama son idénticos a los del circuito original.

Prueba del Teorema.

Considere una rama k, arbitraria, que no está acoplada a ninguna otra rama, donde j_k es la corriente que circula por ella y V_k es la diferencia de potencial que hay entre sus terminales. Suponga que dicha rama es común a las mallas α y β, como muestra la Fig. I.1.

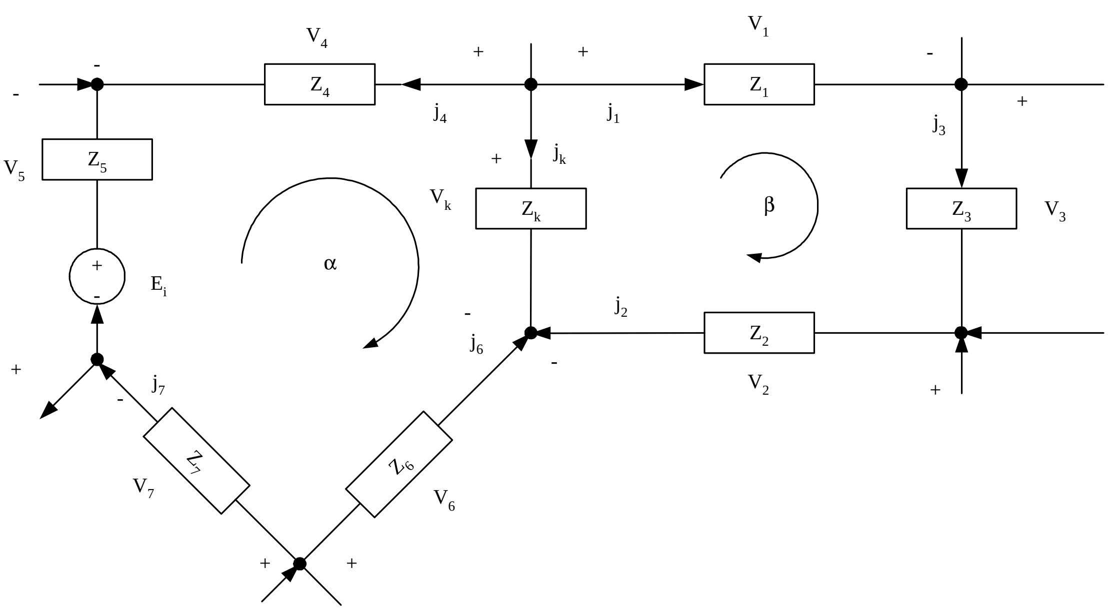


Figura I.1. Sección arbitraria de un circuito.

Para la malla α, de la segunda ley de Kirchhoff, se tiene

$$V_k = V_4 - V_5 + V_6 - V_7 \qquad (I.1)$$

asimismo, para la malla β se cumple

$$V_k = V_1 + V_2 + V_3 \qquad (I.2)$$

Si la rama k se modifica poniendo en paralelo una fuente de voltaje de valor V_k, como muestra la Fig. I.2.(a), las Ecs. (I.1) y (I.2) no se modifican.

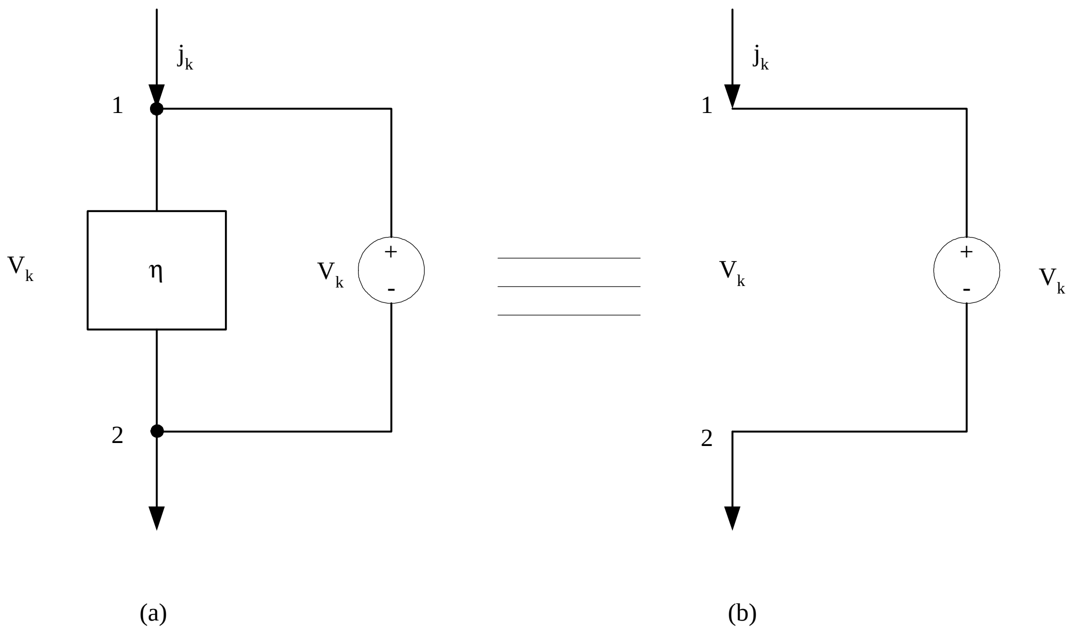


Figura I.2. (a) Fuente ideal de voltaje en paralelo con un circuito η. (b) Circuito equivalente.

El circuito de la Fig. I.2(a) es equivalente al circuito de la Fig. I.2(b); esto puede demostrarse mediante la primera ley de Kirchhoff aplicada a los nodos 1 y 2 en cada uno de los circuitos. Como consecuencia de lo anterior, si el circuito η entre los nodos 1 y 2 se sustituye por una fuente independiente ideal de voltaje de valor V_k las leyes de Kirchhoff del circuito original no se alteran.

Experimentos a realizar

Experimento I

Arme el circuito de la Fig. I.3.

a) Mida la diferencia de potencial de una de las pilas.

b) Ajuste E hasta que V_2 sea igual al voltaje de la pila medido anteriormente. Una vez logrado esto, no varíe en lo sucesivo el valor de E.

c) Mida V_1, V_2, V_3 y V_4.

d) Compare los valores calculados de V_1, V_2, V_3 y V_4 con los valores medidos en el inciso anterior. En caso de que haya diferencias explique las posibles causas.

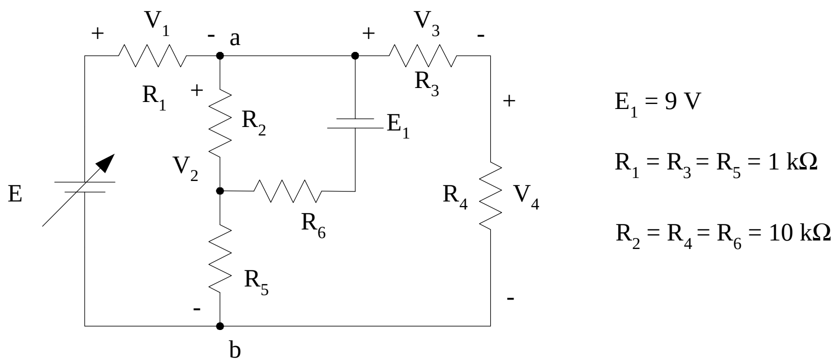


Figura I.3. Circuito de tres mallas.

Experimento II

a) Conecte otra pila entre los nodos a y b tal como muestra la Fig. I.4.

b) Mida V_1, V_2, V_3 y V_4.

c) Compare los valores medidos en el inciso anterior con los valores del inciso I.c).

d) ¿Qué concluye?

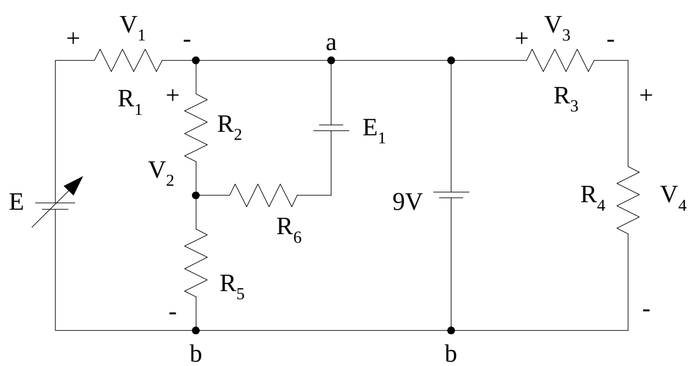


Figura I.4. Circuito para comprobar el teorema de sustitución.

Experimento III

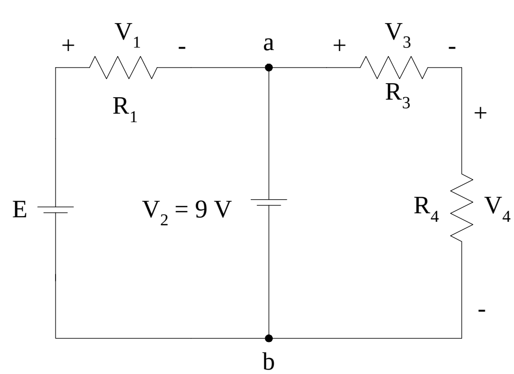


Figura I.5. Circuito en el que se ha aplicado el teorema de sustitución.

a) Desconecte las ramas entre los nodos a y b del circuito de la Fig. I.3. El circuito modificado se muestra en la Fig. I.5.

b) Repita los incisos II.b), II.c) y II.d).

Equipo necesario.

1 Fuente de alimentación
1 Multímetro.

Material necesario.

3 Resistestores de l0 kΩ, 1/2 watt
3 Resistores de 1 kΩ, 1/2 watt
2 Pilas de 9 volts

Cuestionario previo.

1. Determine los voltajes V_1, V_2, V_3 y V_4 del circuito de la Fig. I.3; considere $E \approx 12.0$ V.

2. Determine los voltajes V_1, V_2, V_3 y V_4 del circuito de la Fig. I.4.

3. Determine los voltajes V_1, V_2, V_3 y V_4 del circuito de la Fig. I.5.

4. ¿Qué se puede concluir?

II. Teorema de Tellegen.

El teorema establece que en un circuito de b ramas y l mallas se cumple

$$\sum_{k=1}^{b} j_k V_k = 0 \tag{II.1}$$

donde j_k y V_k representan la corriente y el voltaje de la k-ésima rama, respectivamente.

Este teorema tiene que ver directamente con el principio de conservación de la energía. Ya que el producto $j_k V_k$ representa la potencia suministrada o consumida en la k-ésima rama; la Ec. (II.1) nos dice que la potencia que se suministra a un circuito es igual a la potencia que se consume en dicho circuito.

Este teorema es de carácter general y puede aplicarse a un circuito lineal o no lineal, variante o invariante en el tiempo; la única restricción es que se deben satisfacer las leyes de Kirchhoff, circuito de parámetros concentrados, y que el circuito sea determinístico.

Prueba del teorema.

Considere un circuito de b ramas y n nodos, lo que implica que el número de mallas es $l = b - (n - 1)$ sin considerar la malla externa. Asigne a la malla externa el número $l + 1$. Sean I_α e I_β las corrientes de malla de las mallas α y β, respectivamente. Suponga que la rama k es común a las mallas α y β como se muestra en la Fig. II.1 y sea $V_{\alpha\beta}$ la diferencia de potencial en dicha rama.

Entonces

$$j_k V_k = (I_\alpha - I_\beta) V_{\alpha\beta} \tag{II.2}$$

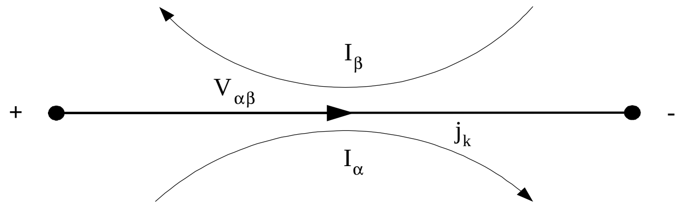


Figura II.1. Una rama arbitraria k, común a las mallas α y β.

que también puede escribirse como

$$j_k V_k = \left(I_\beta - I_\alpha\right) V_{\beta\alpha} \tag{II.3}$$

sumando las Ecs. (II.2) y (II.3)

$$j_k V_k = \frac{1}{2}\Big((I_\alpha - I_\beta)V_{\alpha\beta} + (I_\beta - I_\alpha)V_{\alpha\beta}\Big)$$

si se consideran ahora las b ramas y l + 1 mallas

$$\sum_{k=1}^{b} j_k V_k = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{l+1}\sum_{\beta=1}^{l+1}(I_\alpha - I_\beta)V_{\alpha\beta} \tag{II.4}$$

Nótese que si no hay una rama común a las mallas α y β, entonces

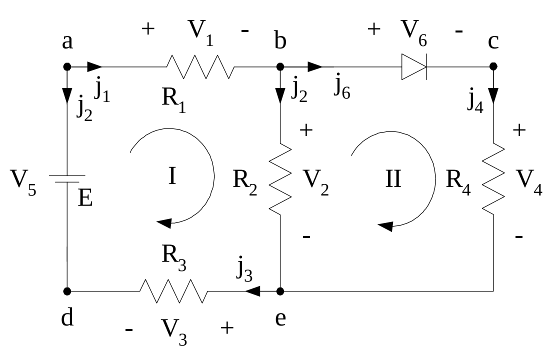
$$V_{\alpha\beta} = 0$$

La Ec. (II.4) puede escribirse de la siguiente manera

$$\sum_{k=1}^{b} j_k V_k = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{l+1} I_\alpha\left(\sum_{\beta=1}^{l+1} V_{\alpha\beta}\right) - \frac{1}{2}\sum_{\beta=1}^{l+1} I_\beta\left(\sum_{\alpha=1}^{l+1} V_{\alpha\beta}\right) \tag{II.5}$$

donde para cada α, $\sum_{\beta=1}^{l+1} V_{\alpha\beta}$ es la suma de todos los voltajes de rama de la malla α y, para cada β, $\sum_{\alpha=1}^{l+1} V_{\alpha\beta}$ es la suma de todos los voltajes de rama de la malla β. De la segunda ley de Kirchhoff, cada una de estas sumatorias es cero y por consiguiente

$$\sum_{k=1}^{b} j_k V_k = 0$$



E = 10 V, $R_1 = R_4 = 22$ kΩ y $R_2 = R_3 = 18$ kΩ

Figura II.2. Circuito de dos mallas, sin considerar la malla externa, con un elemento no lineal, diodo.

Experimentos a realizar

Experimento I

Arme el circuito de la Fig. II.2.

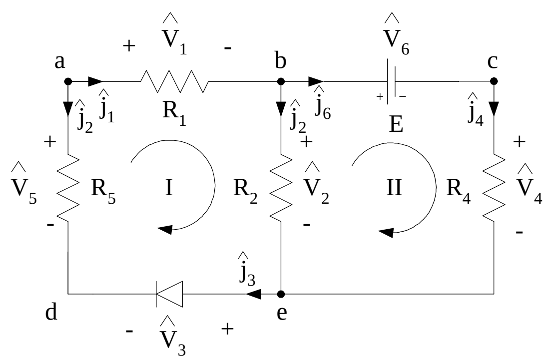
Mida los voltajes V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 y V_6 y a partir de estos, determine las corrientes j_1, j_2, j_3, j_4, j_5 y j_6. Para realizar esto es necesario conocer el valor exacto de las resistencias; mídalas con ayuda del multímetro.

a) Compruebe la primera ley de Kirchhoff en los nodos b y e del circuito.

b) Compruebe la segunda ley de Kirchhoff en las mallas I y II del circuito.

Experimento II

Arme el circuito de la Fig. II.3.



E = 10 V, $R_1 = R_5 = 18$ kΩ y $R_2 = R_4 = 22$ kΩ

Figura II.3. Circuito de dos mallas, sin considerar la malla externa, con un elemento no lineal, diodo.

Mida los voltajes $\hat{V}_1$, $\hat{V}_2$, $\hat{V}_3$, $\hat{V}_4$, $\hat{V}_5$ y $\hat{V}_6$ y a partir de estos, calcule las corrientes $\hat{j}_1$, $\hat{j}_2$, $\hat{j}_3$, $\hat{j}_4$, $\hat{j}_5$ y $\hat{j}_6$.

a) Repita los incisos a) y b) del experimento I.

b) Con los datos obtenidos en los experimentos I y II verifique que se cumplen las siguientes expresiones

$$\sum_{k=1}^{6} V_k j_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{6} V_k \hat{j}_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{6} \hat{V}_k j_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{6} \hat{V}_k \hat{j}_k = 0$$

c) ¿Qué concluye?

Equipo necesario

1 Fuente de alimentación
1 Multímetro

Material necesario

2 Resistores de 22 kΩ, 1/2 watt

2 Resistores de 18 kΩ, 1/2 watt
1 diodo BY127 o equivalente

Cuestionario previo

1. Para el circuito de la Fig. II.4, desarrolle las Ecs. (II.4) y (II.5).

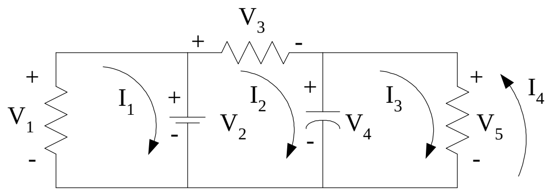


Figura II.4. Circuito de cinco ramas y tres nodos.

III. Teorema de Superposición.

Este teorema puede aplicarse únicamente a circuitos lineales, variantes o invariantes en el tiempo, de parámetros concentrados. El teorema establece que la respuesta de estado cero de un circuito debido a varias fuentes de entrada actuando simultáneamente, es igual a la suma de las respuestas de estado cero debidas a cada una de las fuentes de entrada actuando por separado.

Prueba del teorema.

La respuesta de estado cero $y_{zs}(t)$, de un circuito cuyo modelo en variables de estado es

$$\underline{x}(t) = \underline{A}(t)\underline{x}(t) + \underline{B}(t)\underline{u}(t)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}(t)\underline{x}(t)$$

está dada por la siguiente expresión

$$\underline{y_{zs}}(t) = \int_0^t \underline{C}(t)\,\underline{\Phi}(t,\lambda)\,\underline{B}(\lambda)\,\underline{u}(\lambda)\,d\lambda \qquad \text{(III.1)}$$

donde $\underline{u}(t)$ es el vector de entrada de dimensión (rx1) de la forma $\underline{u}(t)^T = [u_1(t)\; u_2(t) \cdots u_r(t)]$ y que puede expresarse como

$$\underline{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ u_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ u_r(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{r} \underline{u}_i(t) \qquad \text{(III.2)}$$

y $\underline{\Phi}(t,\lambda)$ es la matriz de transición de estados de dimensión (nxn) y que se puede determinar a partir de la siguiente expresión

$$\underline{\Phi}(t, t_0) = \underline{I} + \int_{t_0}^{t} \underline{A}(\lambda)d\lambda + \int_{t_0}^{t} \underline{A}(\lambda_1) \int_{t_0}^{\lambda_1} \underline{A}(\lambda_2)d\lambda_2 \, d\lambda_1 + \ldots$$

La respuesta de estado cero $\underline{y}_{zs_i}(t)$ debida a la i-ésima fuente independiente, está dada por

$$\underline{y}_{zs_i}(t) = \int_0^t \underline{C}(t)\,\underline{\Phi}(t,\lambda)\,\underline{B}(\lambda)\,\underline{u}_i(\lambda)\,d\lambda \qquad \text{(III.3)}$$

comparando las Ecs. (III.1) y (III.3) y teniendo en cuenta a la Ec. (III.2), se tiene

$$\underline{y}_{zs}(t) = \sum_{i=1}^{r} \underline{y}_{zs_i}(t)$$

comprobándose el teorema.

Experimentos a realizar

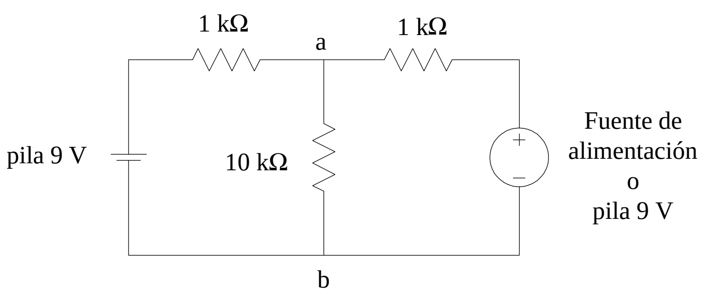


Figura III.1. Circuito lineal para comprobar el teorema de superposición.

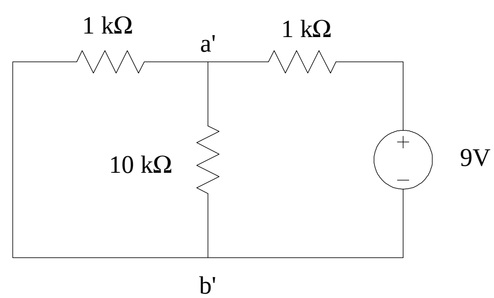


Figura III.2. Circuito de la figura III.1 con una fuente de voltaje cancelada.

Experimento I

Arme el circuito de la Fig. III.1.

a) Mida la diferencia de potencial V_{ab}.

Sustituya la pila de 9V por un corto circuito. Vea la Fig. III.2

b) Mida la diferencia de potencial $V_{a'b'}$.

Vuelva a conectar la pila y ahora sustituya la fuente de alimentación por un corto circuito. Vea la Fig. III.3.

c) Mida la diferencia de potencial $V_{a''b''}$.

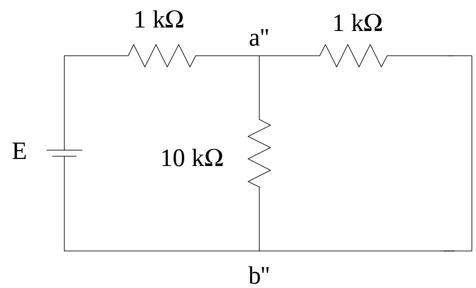


Figura III.3. Circuito de la Fig. III.1 con una fuente de voltaje cancelada.

d) Compruebe que $V_{ab} = V_{a'b'} + V_{a''b''}$ con ayuda de las lecturas obtenidas en los incisos a), b) y c).

e) ¿Qué concluye?

Experimento II

Alambre el circuito de la Fig. III.4 y repita los incisos del experimento I.

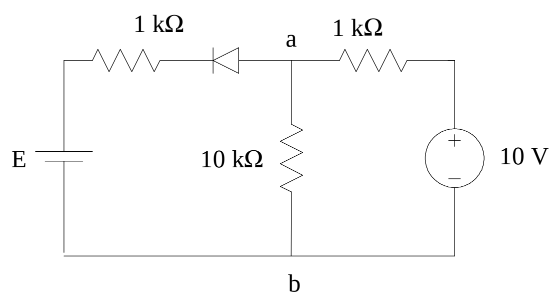


Figura III.4. Circuito no lineal.

Equipo necesario

1 Fuente de alimentación
1 Multímetro

Material necesario

2 Pilas de 9 volts
2 Resistores de l kΩ, 1/2 watt
1 Resistor de l0 kΩ, 1/2watt
1 diodo BY127 o equivalente

Cuestionario previo

1. Determine para el circuito de la Fig. III.1 la diferencia de potencial V_{ab}.

2. Determine para el circuito de la Fig. III.2 la diferencia de potencial $V_{a'b'}$.

3. Determine para el circuito de la Fig. III.3 la diferencia de potencial $V_{a''b''}$.

4. Verifique con los resultados anteriores que

$$V_{ab} = V_{a'b'} + V_{a''b''}$$

IV. Teorema del circuito equivalente de Thévenin y Norton.

Este teorema puede aplicarse a circuitos lineales variantes e invariantes en el tiempo y de parámetros concentrados.

El teorema considera la situación que se muestra en el circuito de la Fig. IV.1. Es importante hacer notar que la única interacción entre el circuito lineal y la carga arbitraria es la corriente i que circula a través de ésta, ningún otro tipo de acoplamiento es permitido.

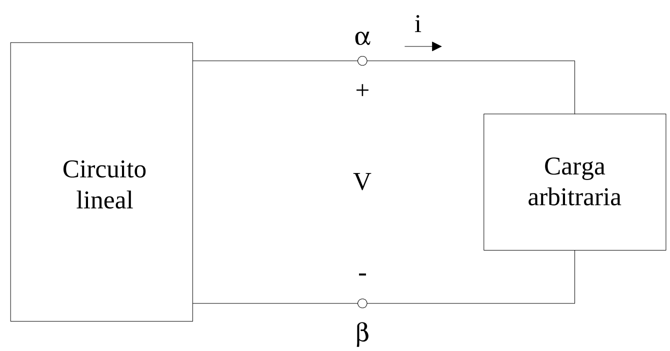


Figura IV.1. Circuito lineal con una carga arbitraria.

Si el circuito lineal se sustituye por su circuito equivalente de Thévenin o su circuito equivalente de Norton; tanto la corriente i en la carga como la diferencia de potencial V en sus terminales no se modifican.

Circuito equivalente de Thévenin.

El circuito equivalente de Thévenin consiste de una fuente de voltaje V_{ca} en serie con el circuito que se obtiene del circuito original al cancelar todas las fuentes independientes de voltaje y de corriente y con las condiciones iniciales nulas. Las fuentes dependientes no se modifican. La Fig. IV.2 ilustra esta idea.

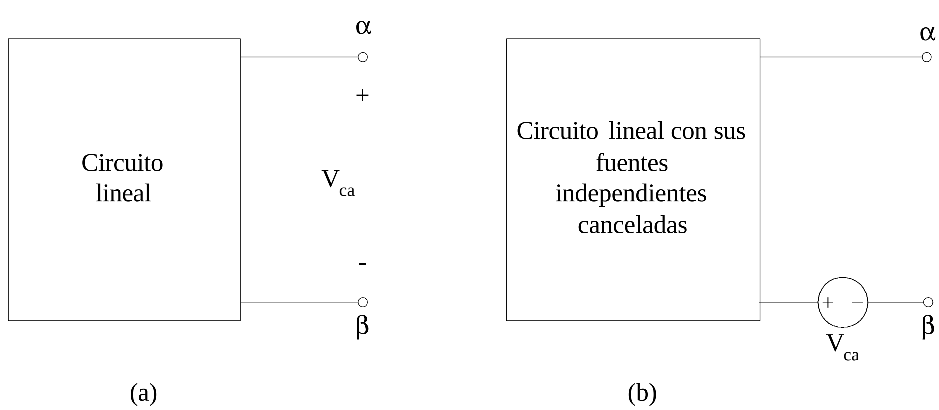


Figura IV.2. (a) Circuito lineal. (b) Su circuito equivalente de Thévenin.

Donde el valor de la fuente de voltaje V_{ca} es igual a la diferencia de potencial que aparece entre los nodos α y β, cuando se desconecta la carga. Esta diferencia de potencial V_{ca} es causada por las fuentes independientes y las condiciones iniciales.

Circuito equivalente de Norton.

El circuito equivalente de Norton consiste de una fuente de corriente i_{cc} en paralelo con el circuito que se obtiene del circuito original al cancelar todas las fuentes independientes y las condiciones iniciales. La Fig. IV.3 ilustra esta idea.

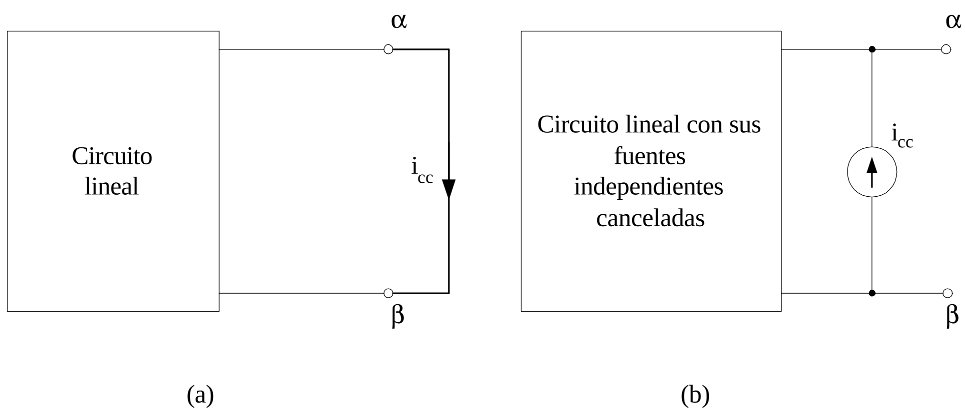


Figura IV.3. (a) Circuito lineal. (b) Su circuito equivalente de Norton

Donde el valor de la fuente de corriente i_{cc} es igual a la corriente que circula entre los nodos α y β cuando se cortocircuita la carga. La corriente i_{cc} es causada por las fuentes independientes y las condiciones iniciales.

Es importante recalcar que sobre la carga arbitraria no se ha hecho ninguna suposición, a excepción de que no hay ningún tipo de acoplamiento entre ella y el circuito lineal, pudiendo ser la carga lineal o no lineal, variante o invariante en el tiempo.

Prueba del teorema.

A continuación se demuestra únicamente el teorema correspondiente al equivalente de Norton. El teorema de Thévenin se puede demostrar de manera similar.

El primer paso consiste en sustituir las condiciones iniciales por fuentes independientes. Un capacitor con un voltaje inicial puede sustituirse por otro capacitor descargado en serie con una fuente de voltaje de valor igual al voltaje inicial y una inductancia con una corriente inicial puede sustituirse por otra inductancia con corriente inicial nula en paralelo con una fuente de corriente de valor igual al de la corriente inicial.

Aplicando el teorema de sustitución, la carga arbitraria de la Fig. IV.1 se sustituye por una fuente de voltaje de valor igual a V. Vea la Fig. IV.4.

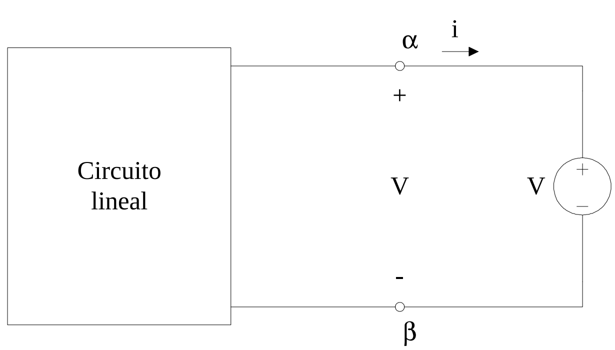


Figura IV.4. Circuito para demostrar el teorema de Norton.

La corriente i, en el circuito de la Fig. IV.4, se puede considerar como la respuesta de estado cero debida a dos conjuntos de fuentes, a saber: la fuente de voltaje que sustituye a la carga y las fuentes independientes del circuito lineal. Como el circuito es lineal se puede determinar su valor empleando el teorema de superposición.

La corriente i_o debida a la fuente de voltaje V cuando se cancelan las fuentes independientes y las condiciones iniciales del circuito lineal; puede calcularse mediante la expresión siguiente

$$i_o(t) = \int_0^t h(t,\tau)V(\tau)d\tau \tag{IV.1}$$

Donde h(t, τ) es la respuesta al impulso del circuito lineal, es decir, la respuesta del circuito lineal en el tiempo t cuando se aplica un impulso unitario en el tiempo τ, con las fuentes independientes canceladas.

La corriente debida a las fuentes independientes del circuito lineal al cancelarse la fuente de voltaje V de la Fig. IV.4 es i_{cc}. Por consiguiente, la corriente total i es la suma de i_o e i_{cc}, o sea

$$i(t) = i_o(t) + i_{cc}(t) = \int_0^t h(t,\tau)V(\tau)\,d\tau + i_{cc}(t) \tag{IV.2}$$

Al sustituir el circuito lineal de la figura IV.1 por su circuito equivalente de Norton, el resultado es el que se muestra en la Fig. IV.5.

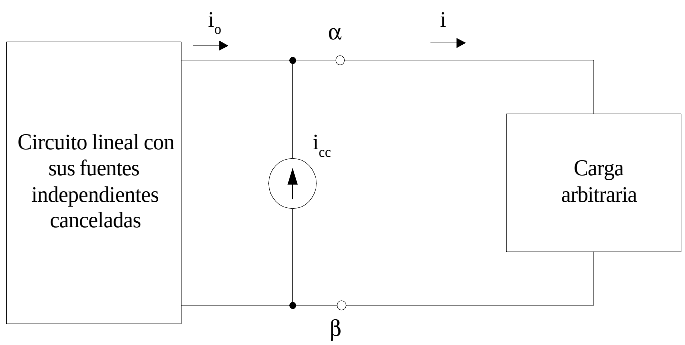


Figura IV.5. Circuito equivalente de Norton.

Aplicando la primera ley de Kirchhoff en el nodo α se tiene

$$i(t) = i_o(t) + i_{cc}(t) = \int_0^t h(t,\tau)V(\tau)\,d\tau + i_{cc}(t) \tag{IV.3}$$

La Ec. (IV.3) es idéntica a la Ec. (IV.2), por lo que queda demostrada la validez del teorema.

Experimentos a realizar

Experimento I

Arme el circuito de la Fig. IV.6.

a) Mida la diferencia de potencial $V_{\alpha\beta} = V_R$.

b) Desconecte el resistor R y mida la diferencia de potencial $V_{\alpha\beta} = E$.

c) Con la siguiente expresión determine la resistencia interna de la pila

$$V_R = \frac{R}{R + r_i} E$$

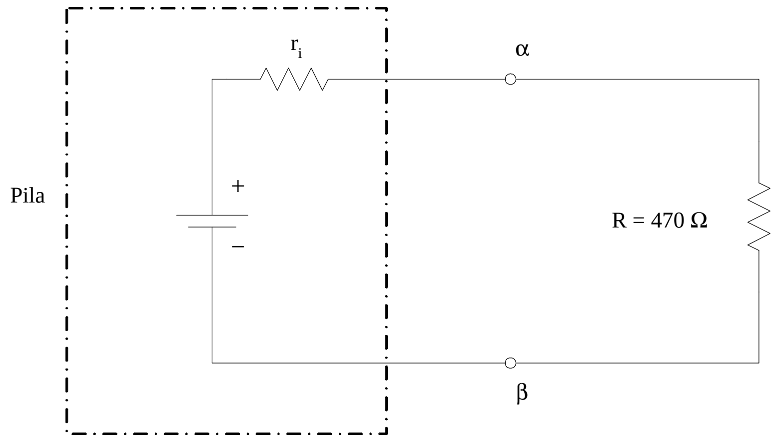


Figura IV.6. Circuito para calcular el circuito equivalente de Thévenin de una pila.

d) Sustituya el resistor de 470 Ω por uno de 100 Ω y repita los incisos a), b) y c).

e) Determine los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de la pila.

Experimento II

Arme el circuito de la Fig. IV.7.

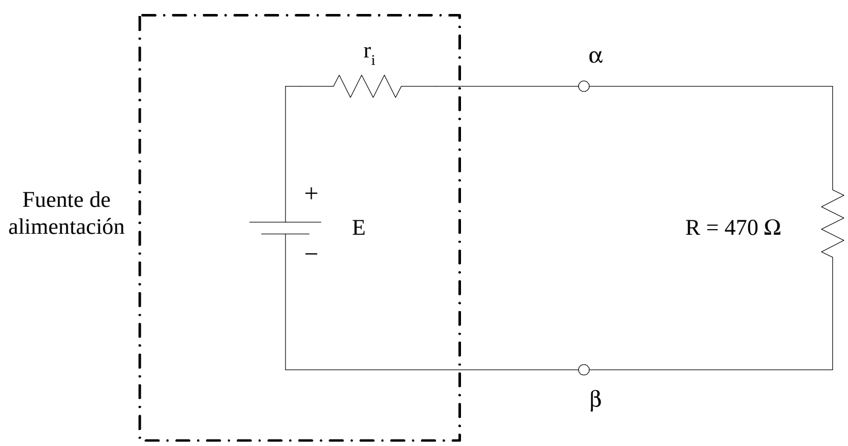


Figura IV.7. Circuito para calcular el circuito equivalente de Thévenin de la fuente de alimentación.

Para E = 5 V

a) Mida la diferencia de potencial en el resistor $V_{\alpha\beta} = V_R$.

b) Desconecte el resistor R y mida la diferencia $V_{\alpha\beta} = E$.

c) Determine los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton de la fuente de alimentación.

Equipo necesario

1 Fuente de alimentación
1 Multímetro

Material necesario
1 Resistor de 470 Ω, 1/2 watt
1 Resistor de 100 Ω, 1/2 watt
1 Pila de 9 volts

Cuestionario previo

Del circuito η lineal e invariante en el tiempo, formado por resistencias y fuentes de voltaje de cd, se tiene la información mostrado en la Fig. IV.8.

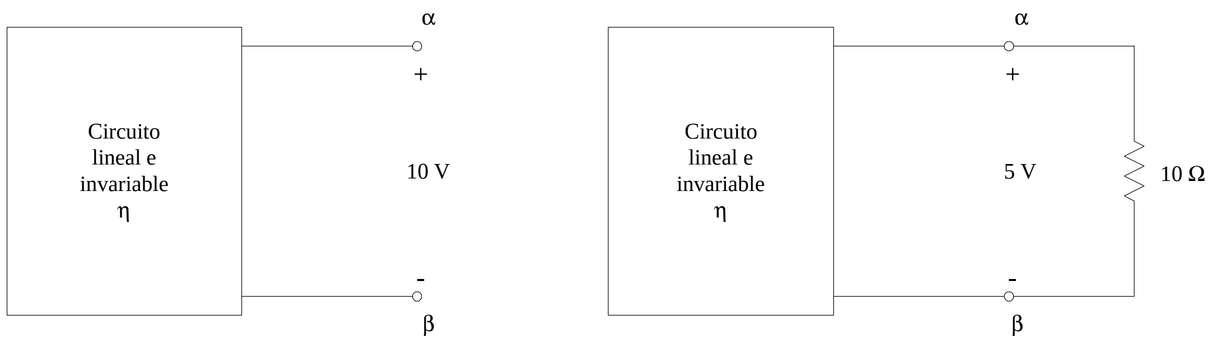


Figura IV.8. Circuito lineal e invariante en el tiempo.

1. Determine su circuito equivalente de Thévenin.

2. Determine su circuito equivalente de Norton.

V. Teorema de Reciprocidad.

Este teorema presenta más restricciones, ya que sólo se puede aplicar a circuitos lineales e invariantes en el tiempo que no contengan fuentes independientes ni dependientes, y que satisfagan las leyes de Kirchhoff.

La idea básica que establece este teorema es que en un circuito que satisface las restricciones mencionadas se pueden intercambiar la entrada y la respuesta, sin que esta última se modifique para una entrada dada.

A continuación se ilustran las tres situaciones que pueden presentarse.

Primer caso:

El teorema asegura que si

$$V_i(t) = \hat{V}_i(t) \qquad \text{para todo } t$$

entonces

$$i_o(t) = \hat{i}_o(t) \qquad \text{para todo } t$$

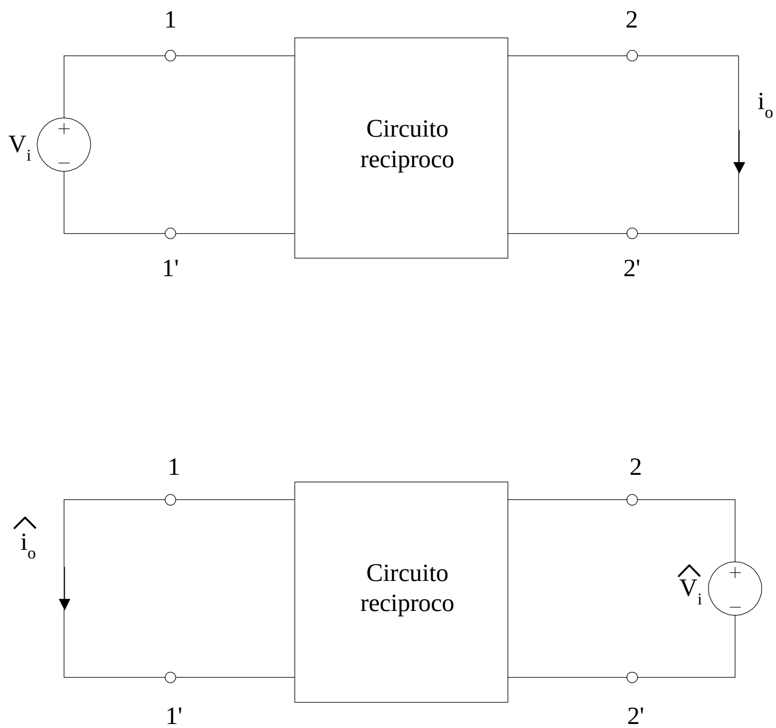


Figura V.1 Primer caso del teorema de reciprocidad.

Segundo caso:

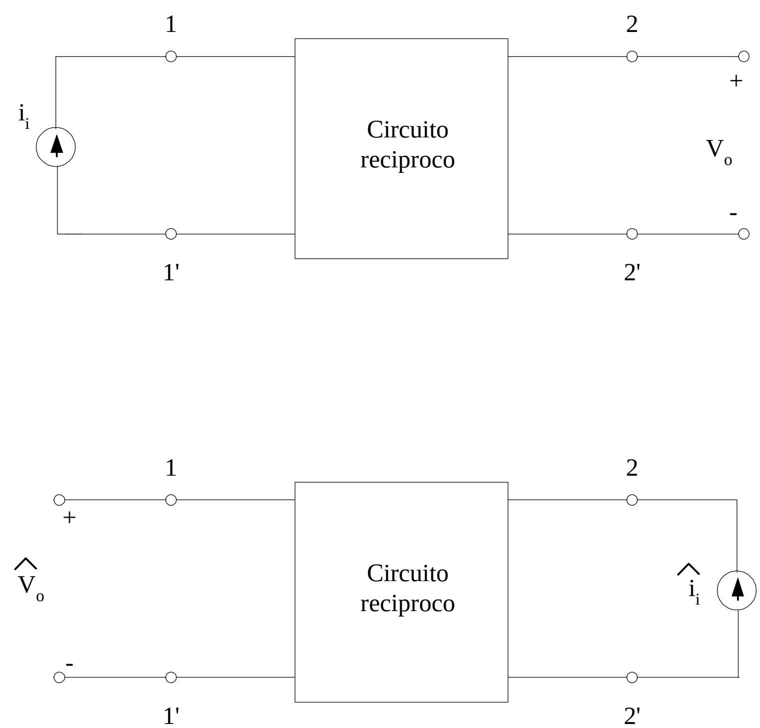


Figura V.2. Segundo caso del teorema de reciprocidad.

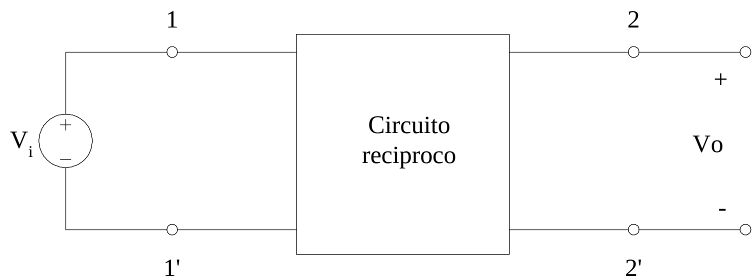
El teorema asegura que si

$$i_i(t) = \hat{i}_i(t) \qquad \text{para todo t}$$

entonces

$$V_o(t) = \hat{V}_o(t) \qquad \text{para todo t}$$

Tercer caso:



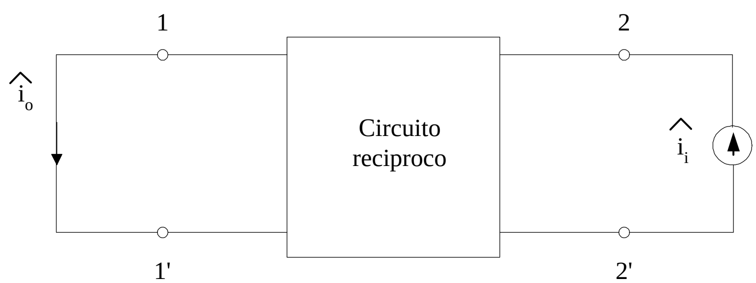


Figura V.3. Tercer caso del teorema de reciprocidad.

El teorema asegura que si

$$V_i(t) = \hat{i}_i(t) \qquad \text{para todo t} \qquad \text{(Adimensionalmente)}$$

entonces

$$V_o(t) = \hat{i}_o(t) \qquad \text{para todo t} \qquad \text{(Adimensionalmente)}$$

Experimentos a realizar

Experimento I

Arme el circuito de la Fig. V.4.

a) Mida la diferencia de potencial V_o en R_o y calcule el valor de la corriente i_o.

A continuación arme el circuito de la Fig. V.5.

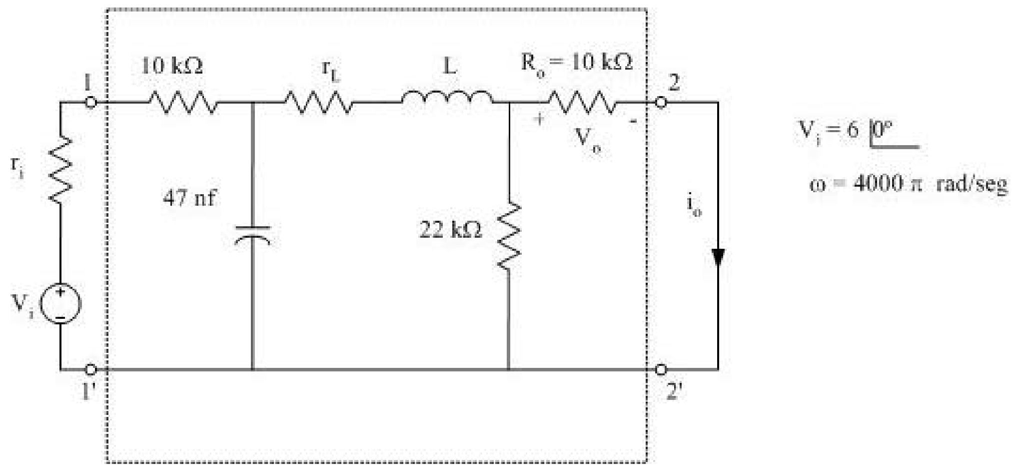


Figura V.4. Circuito recíproco.

b) Mida la diferencia de potencial $\hat{V}_o$ en R_o y calcule el valor de la corriente $\hat{i}_o$.

c) De las lecturas obtenidas en los incisos a) y b), anteriores. ¿Qué concluye?

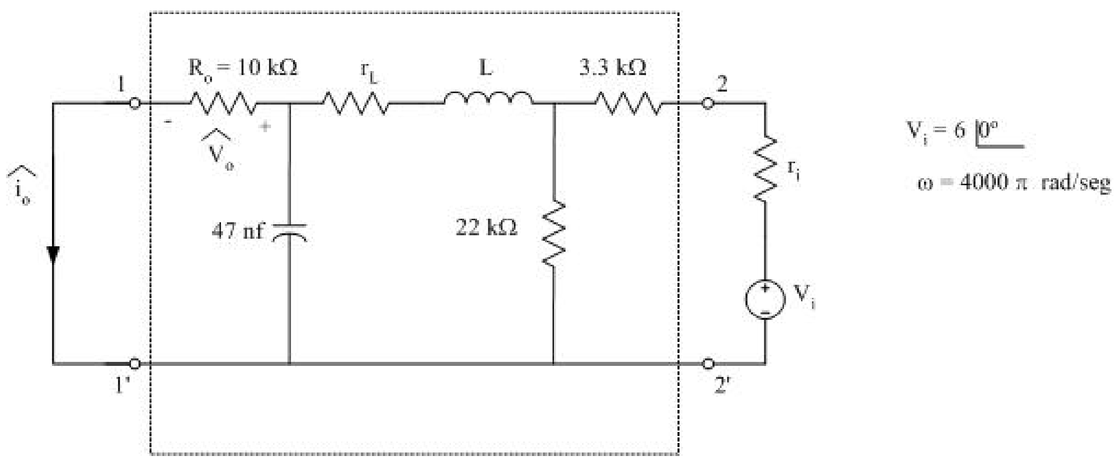


Figura V.5. Circuito reciproco.

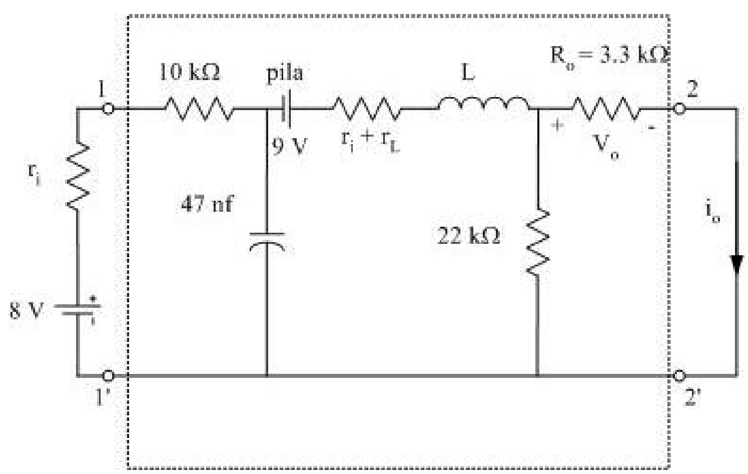


Figura V.6. Circuito no recíproco.

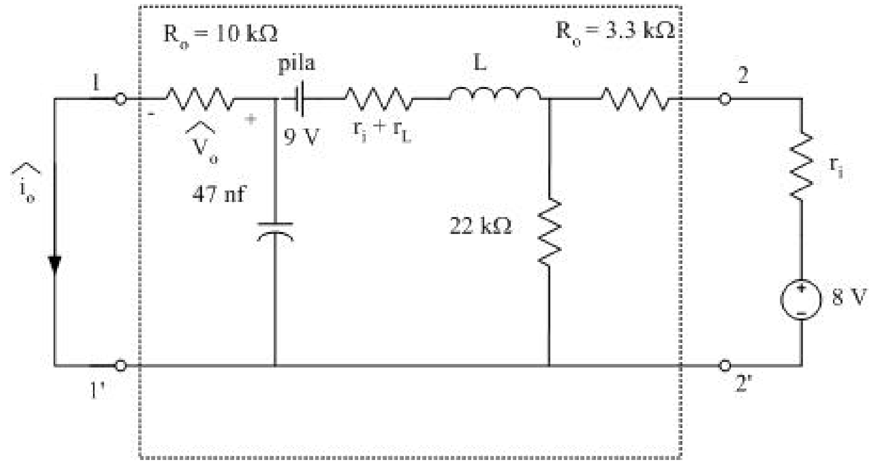


Figura V.7. Circuito no recíproco.

Experimento II

Arme el circuito de la Fig. V.6.

a) Mida la diferencia de potencial V_o en R_o y calcule el valor de la corriente i_o.

A continuación arme el circuito que se muestra en la Fig. V.7.

b) Mida la diferencia de potencial $\hat{V}_o$ en R_o y calcule el valor de la corriente $\hat{i}_o$.

c) De las lecturas obtenidas en los incisos a) y b), anteriores. ¿Qué concluye?

Equipo necesario

1 Fuente de alimentación
1 Multímetro
1 Solenoide

Material necesario

1 Pila de 9 volts
1 Capacitor de 47 ηf
1 Resistor de 10 kΩ, 1/2 watt
1 Resistor de 22 kΩ, 1/2 watt
1 Resistor de 3.3 kΩ, 1/2 watt

Cuestionario previo

Demuestre el Teorema de Reciprocidad.

BIBLIOGRAFÍA

Desoer C. A., and Kuh E. S.
Basic Circuit Theory
Mc Graw Hil1, 1969

Hayt W. H., Jr., Kemmerly J. E., y Durbin, S. M.
Análisis de circuitos en ingeniería. Sexta edición
Mc Graw Hill, 2003

Dorf, R. C. y Svoboda, J. A.
Circuitos Eléctricos. 5ª edición
Alfaomega, 2003

Gerez Greiser, V., y Czitrom de Gerez, V.
Circuitos y Sistemas Electromecánicos
Alfaomega, 1991

Hubert, C. I.
Circuitos Eléctricos CA/CC. Enfoque integrado
Mc Graw Hill, 1985