

## PRÁCTICA 4

### Medición de potencia en sistemas eléctricos

**Objetivo:** Habilitar al alumno en la medición de la potencia activa y la potencia reactiva de sistemas eléctricos.

Llevar a cabo el cálculo de la potencia activa trifásica de una carga balanceada con un solo wattmetro.

Aprender el método de los dos wattmetros para medir la potencia activa en un circuito trifásico.

Determinar el factor de potencia en forma gráfica.

#### Teoría básica

Desde el punto de vista de la Ingeniería Eléctrica es importante conocer la cantidad de energía suministrada por unidad de tiempo (Potencia) a una carga, la cual puede ser un equipo individual, una instalación industrial, comercial, de una casa habitación, etc., a los cuales generalmente se les alimenta con voltaje de corriente alterna de una frecuencia de 60 Hz.

Existen métodos para la medición de potencia de cargas monofásicas, trifásicas equilibradas o desequilibradas, con alimentación de voltajes de corriente directa o corriente alterna. Estos métodos pueden ser directos o indirectos.

Sistema monofásico.

En un sistema monofásico, con una carga inductiva y resistiva, los fasores de tensión y de corriente están dados respectivamente por

$$\mathbf{V} = |\mathbf{V}| \angle \theta + \phi \quad (1)$$

$$\mathbf{I} = |\mathbf{I}| \angle \theta \quad (2)$$

y la potencia compleja, potencia activa más potencia reactiva, del sistema es

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{V}\mathbf{I}^* = |\mathbf{V}| |\mathbf{I}| \angle \phi \\ \mathbf{S} &= |\mathbf{V}| |\mathbf{I}| \cos \phi + j |\mathbf{V}| |\mathbf{I}| \sin \phi \\ \mathbf{S} &= P + j Q \end{aligned} \quad (3)$$

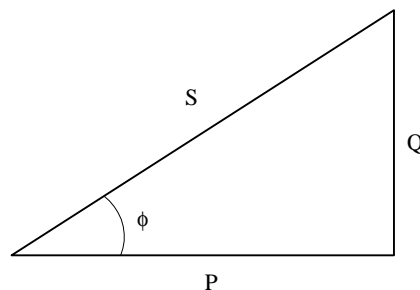


Figura 1. Triángulo de potencias de un circuito RL.

Conocidos S, P y Q, es posible construir el triángulo de potencias que aparece en la Fig. 1.

Sistema trifásico.

Debido a sus características el sistema trifásico es el más difundido para el suministro de energía eléctrica; en el que la energía por unidad de tiempo total cedida, potencia total, es igual a la suma de las potencias en cada una de las cargas de cada fase, por lo que

$$S_{3\phi} = S_{\phi A} + S_{\phi B} + S_{\phi C} \quad (4)$$

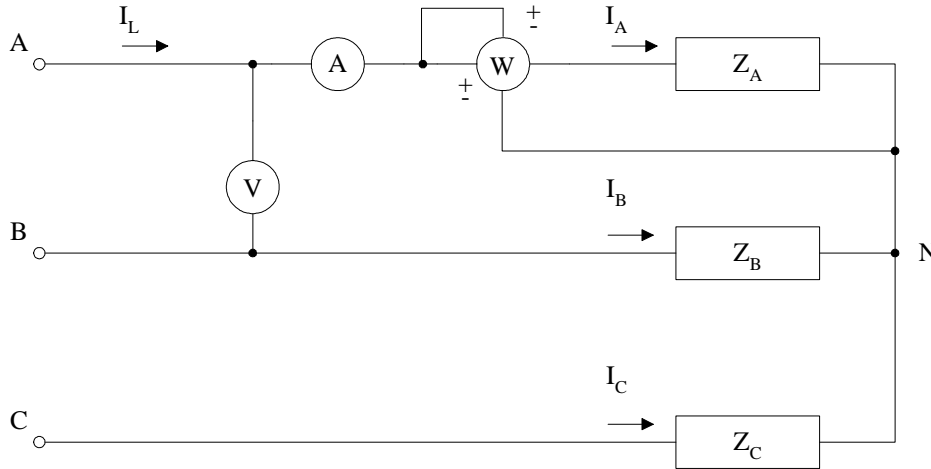


Figura 2. Medición de la potencia de un sistema trifásico equilibrado conectado en estrella.

Para el circuito de la Fig. 2.

$$S_{3\phi} = \mathbf{V}_{AN}\mathbf{I}_A^* + \mathbf{V}_{BN}\mathbf{I}_B^* + \mathbf{V}_{CN}\mathbf{I}_C^* \quad (5)$$

Si  $Z_A = Z_B = Z_C$  entonces

$$|\mathbf{I}_A| = |\mathbf{I}_B| = |\mathbf{I}_C| = |\mathbf{I}_L|$$

y

$$\phi_A = \phi_B = \phi_C = \phi$$

y la potencia compleja total es, sustituyendo las ecuaciones anteriores en la Ec. (5)

$$S_{3\phi} = |\mathbf{V}_{AN}| |\mathbf{I}_A| \angle\phi + |\mathbf{V}_{BN}| |\mathbf{I}_B| \angle\phi + |\mathbf{V}_{CN}| |\mathbf{I}_C| \angle\phi$$

y dado que

$$|\mathbf{V}_{AN}| = |\mathbf{V}_{BN}| = |\mathbf{V}_{CN}| = |\mathbf{V}_F| = \frac{|\mathbf{V}_L|}{\sqrt{3}}$$

se tiene

$$S_{3\phi} = 3|\mathbf{V}_F||\mathbf{I}_L| \angle\phi = \sqrt{3}|\mathbf{V}_L||\mathbf{I}_L| \angle\phi \quad [\text{VA}] \quad (6)$$

de la Ec. (6), la potencia activa y reactiva son respectivamente

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos\phi \quad [W] \quad (7)$$

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \text{sen}\phi \quad [VAR] \quad (8)$$

De lo anterior puede concluirse que para medir la potencia total de un sistema trifásico balanceado conectado en estrella puede utilizarse el esquema de la Fig. 2, o sea

$$P_{3\phi} = 3 \text{ veces la lectura del wattmetro}$$

Donde la lectura del wattmetro es proporcional al producto de la corriente que fluye en su bobina de corriente por el voltaje de su bobina de tensión y por el coseno del defasaje entre el voltaje y la corriente.

El método de un wattmetro tiene la desventaja de que es necesario tener acceso al punto neutro, N, lo que no es siempre posible, por ejemplo en una carga en delta. De aquí que para hacer mediciones de potencia trifásica, se emplee otro método; el cual se describe a continuación.

Método de los dos wattmetros.

Este método es el que se utiliza comúnmente para medir la potencia en sistemas trifásicos. Un posible esquema de conexiones se muestra en la Fig. 3.

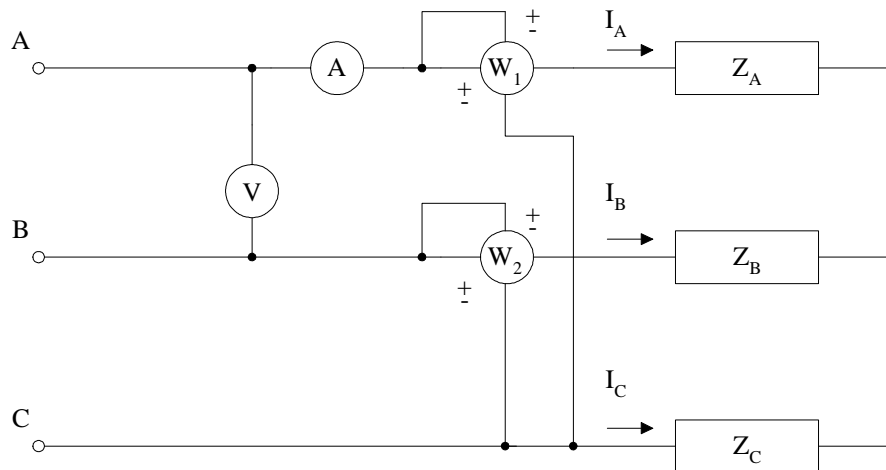


Figura 3. Método de los dos wattmetros para medir potencia en un sistema trifásico.

La restricción del método es que la suma de corrientes debe ser cero; lo cual se logra cuando el neutro de la carga se encuentra desconectado del neutro del sistema de suministro, para una conexión en estrella, o que las cargas estén balanceadas, para una conexión delta y/o estrella, lo que generalmente ocurre en plantas y fábricas.

Por lo tanto, si

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

$$I_C = -I_A - I_B \quad (9)$$

sustituyendo la Ec. (9) en la Ec. (5)

$$S_{3\phi} = V_{AN}I_A^* + V_{BN}I_B^* + V_{CN}(-I_A^* - I_B^*)$$

$$S_{3\phi} = (V_{AN} - V_{CN})I_A^* + (V_{BN} - V_{CN})I_B^*$$

$$S_{3\phi} = V_{AC}I_A^* + V_{BC}I_B^* \quad (10)$$

La Ec. (10) es congruente con el esquema de la Fig. 3, ya que la bobina de tensión de  $W_1$ , está conectada a la tensión entre las fases A y C y la bobina de tensión de  $W_2$ , está conectada a la tensión entre las fases B y C y a través de las bobinas de corriente de  $W_1$  y  $W_2$  circulan las corrientes de la fase A,  $I_A$ , y de la fase B,  $I_B$ , respectivamente.

Para una carga inductiva y resistiva balanceada el diagrama fasorial correspondiente es el de la Fig. 4.

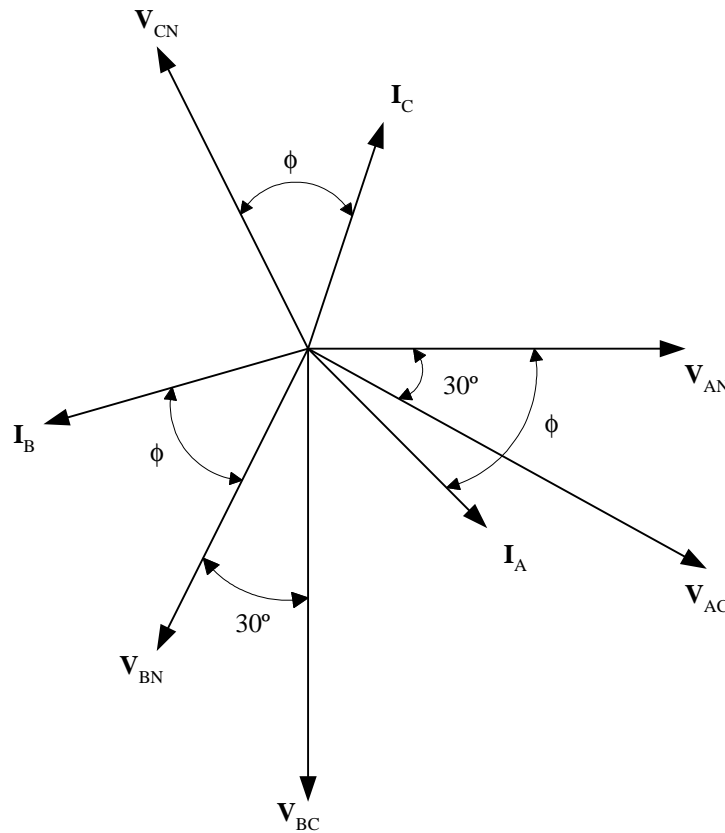


Figura 4. Diagrama fasorial de una carga inductiva y resistiva trifásica balanceada.

Según la Fig. 4, y considerando que  $|I_A| = |I_B| = |I_C| = |I_L|$  y  $|V_{AB}| = |V_{BC}| = |V_{CA}| = |V_L|$ , las potencias indicadas en cada wattmetro son

$$P_{W1} = |V_L| |I_L| \cos (\phi - \pi/6) \quad (11)$$

$$P_{W2} = |V_L| |I_L| \cos (\phi + \pi/6) \quad (12)$$

En la Fig. 5, se presentan las gráficas en por ciento de  $P_{3\phi}$ ,  $P_{W1}$  y  $P_{W2}$  para una carga inductiva y resistiva. La manera de utilizarla se describe a continuación:

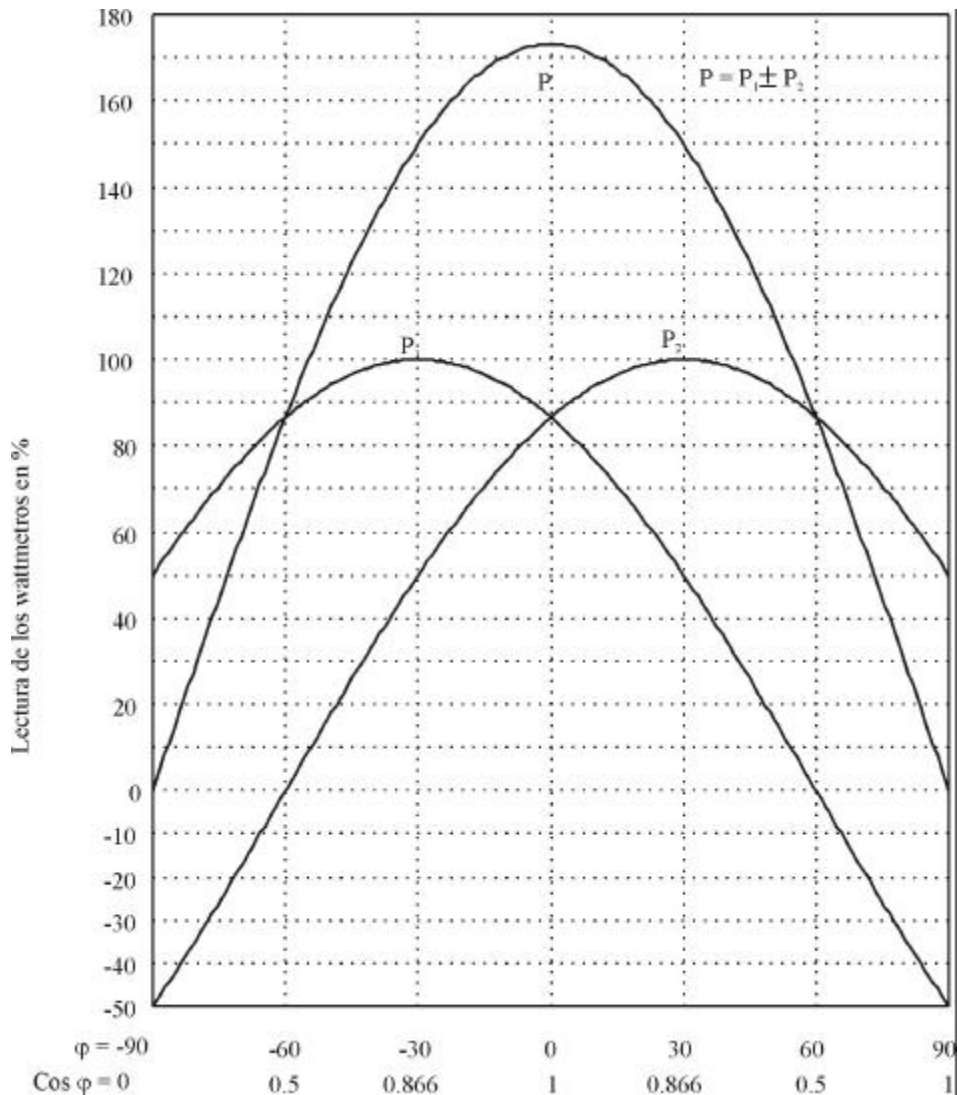


Figura 5. Gráfica de las lecturas de  $P_{W1}$  y  $P_{W2}$  en por ciento para el método de los dos wattmetros.

Una vez que se efectúan las mediciones, las lecturas indicadas por los wattmetros se dividen por el producto  $|V_L| |I_L|$  y se determina  $\phi$ .

Nótese que las curvas de  $P_1$  y  $P_2$  están dibujadas en función del ángulo de defasaje,  $\phi$ , del diagrama fasorial y no del correspondiente al triángulo de potencias. Cuando la carga es capacitiva y resistiva los wattmetros se intercambian.

En el caso de que  $\phi > 60^\circ$ , uno de los wattmetros marque en sentido contrario, por lo que es necesario invertir la polaridad de su bobina de tensión y considerar su valor negativo para sumarlo algebraicamente con el valor marcado por otro wattmetro.

Medición de la potencia reactiva.

La potencia reactiva en un sistema trifásico es

$$Q_{3\phi} = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \text{sen}\phi \quad [\text{VAR}]$$

Por lo que cuando la carga es reactiva pura un wattmetro marcará cero ( $\phi = 90^\circ$ ). Sin embargo, es posible medir la potencia reactiva por medio de este instrumento al efectuar un defasaje de  $90^\circ$  entre el flujo de la bobina de tensión y el flujo de la bobina de corriente. En los sistemas trifásicos, se puede obtener ese defasaje conectando la bobina de corriente a una fase y la bobina de tensión entre las fases restantes, como se muestra en la Fig. 6.

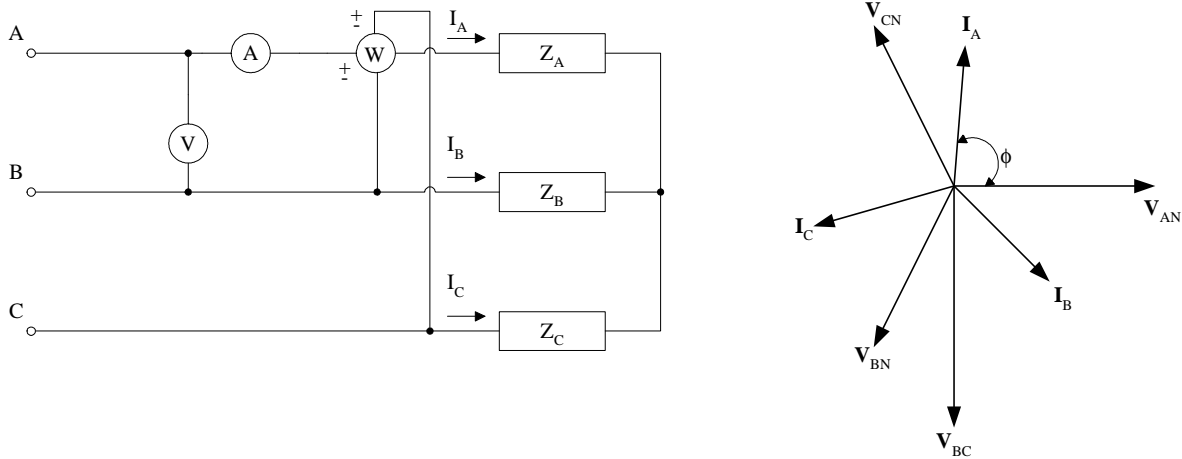


Figura 6. (a) Conexión del wattmetro para medir potencia reactiva en un sistema trifásico. (b) Diagrama fasorial correspondiente a una carga capacitiva balanceada.

El valor indicado por el wattmetro será

$$P_W = |V_L| |I_L| \cos(90^\circ - \phi) = |V_L| |I_L| \sin \phi$$

### Experimentos a realizar

#### Experimento I

Medición de la potencia activa de una carga resistiva equilibrada conectada en estrella.

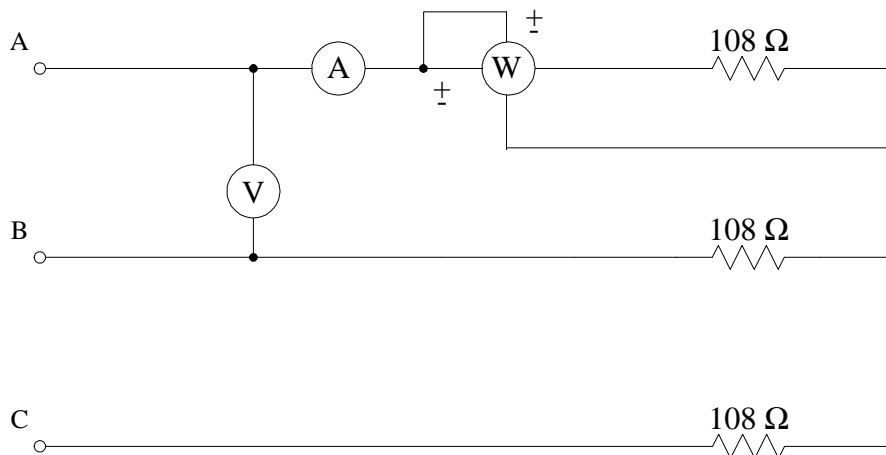


Figura 7. Diagrama de conexiones para medir la potencia de una carga equilibrada.

Arme el circuito de la Fig. 7, mida y anote los valores de tensión, corriente y potencia en la Tabla 1 en el renglón correspondiente. A continuación determine los valores de P, S y  $\cos \phi$  y dibuje el triángulo de potencias y el diagrama fasorial correspondiente. Las resistencias empleadas son focos de 300 watts, 127 volts, por lo que su resistencia nominal R es

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{127^2}{300} = 54 \Omega / \text{foco}$$

Estos focos se conectan en serie para proporcionar una resistencia por fase de  $108 \Omega$ .

## Experimento II

Comprobación del método de los 2 wattmetros.

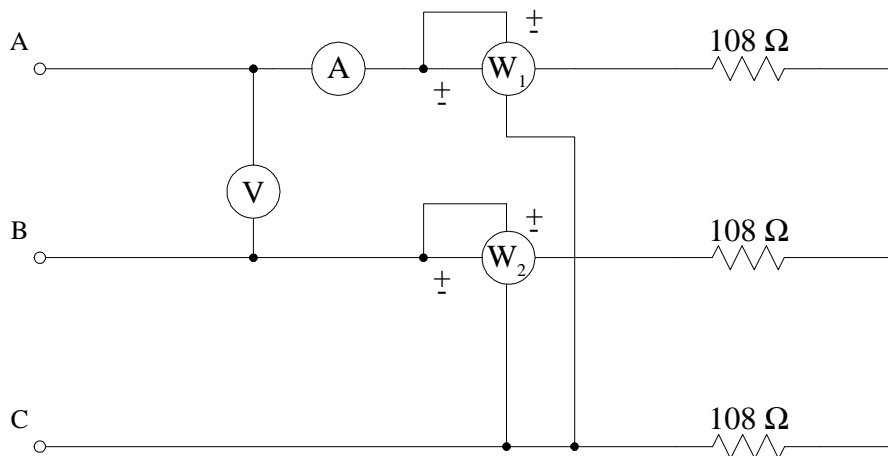


Figura 8. Diagrama de conexiones para medir la potencia trifásica por el método de los dos wattmetros.

Arme el circuito de la Fig. 8 y compruebe que la suma de lecturas de los wattmetros corresponde a la potencia trifásica calculada en el experimento anterior.

## Experimento III

Medición de la potencia de una carga conectada en delta.

El objetivo de este experimento es comprobar nuevamente el método de los dos wattmetros, al verificar que la potencia consumida por una carga conectada en delta es tres veces mayor que la consumida por la misma carga conectada en estrella.

Arme el circuito de la Fig. 9 y anote los resultados en el renglón correspondiente de la Tabla 1.

Obtenga la relación entre la potencia trifásica de una carga conectada en delta y la misma carga conectada en estrella. Justifique sus resultados analíticamente.

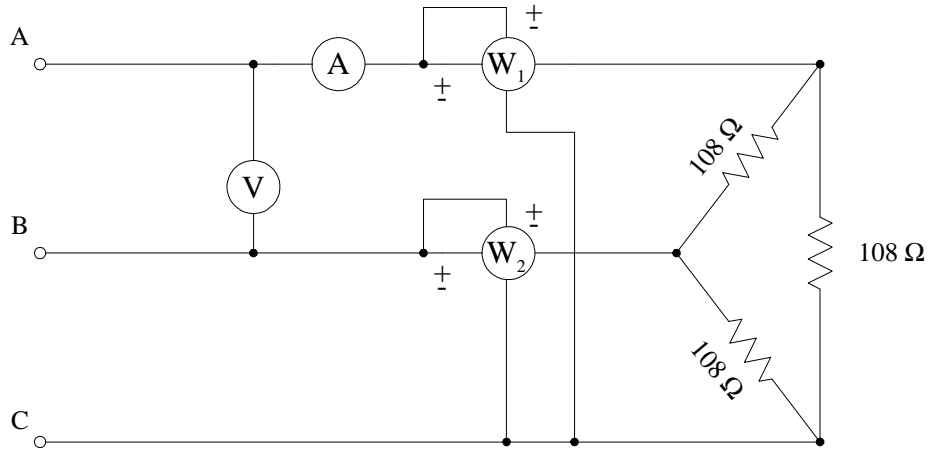


Figura 9. Diagrama de conexiones para medir la potencia trifásica para una carga en conexión delta.

#### Experimento IV

Medición de la potencia de un motor trifásico conectado en delta.

Arme el diagrama mostrado en la Fig. 10 y mida la potencia activa  $P$ , la corriente  $I$  y la tensión  $V$ , indicadas por los wattmetros, el amperímetro y voltímetro respectivamente, anote sus lecturas en el renglón correspondiente de la Tabla 1. Observe que en este caso el principio de la bobina de tensión del wattmetro 2 se conecta a la fase C y el final a la fase B, para evitar que el wattmetro marque en sentido contrario, debido a que el ángulo  $\phi$  es mayor que  $60^\circ$ . Obtenga las potencias trifásicas aparente y activa y dibuje el diagrama fasorial correspondiente.

Los datos de placa del motor son:

$$I_n = 5 \text{ [A]}; V_f = 220 \text{ [V]}$$

Para que el motor se pueda alimentar a 220 V, es necesario que sus devanados estén conectados en delta, lo cual se consigue uniendo los tres bornes negros entre sí y alimentando cada una de las fases a los tres bornes rojos restantes.

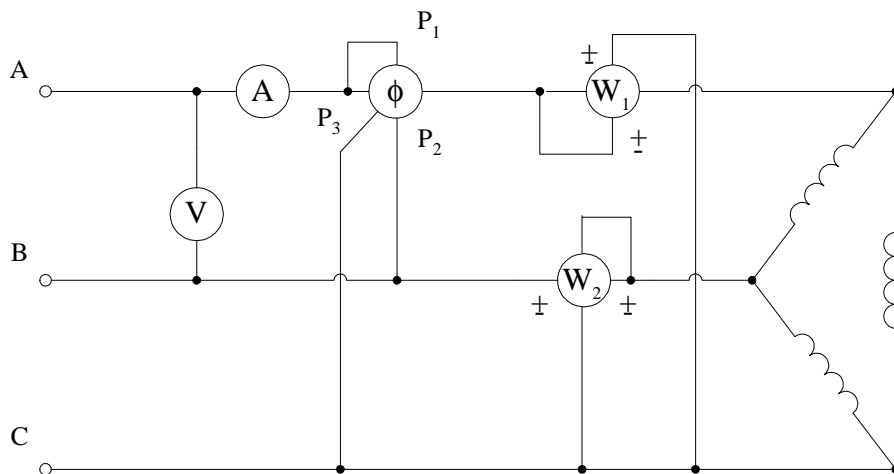


Figura 10. Diagrama de conexiones para medición de potencia en un motor trifásico conectado en delta.



## Experimento V

### Medición de potencia reactiva.

En este experimento, la carga consiste de un banco de capacitores conectados en paralelo para formar una reactancia capacitiva por fase de  $172.24 \Omega$  a una frecuencia de 60Hz y a su vez, estas reactancias se conectan en delta según el esquema de la Fig. 11.

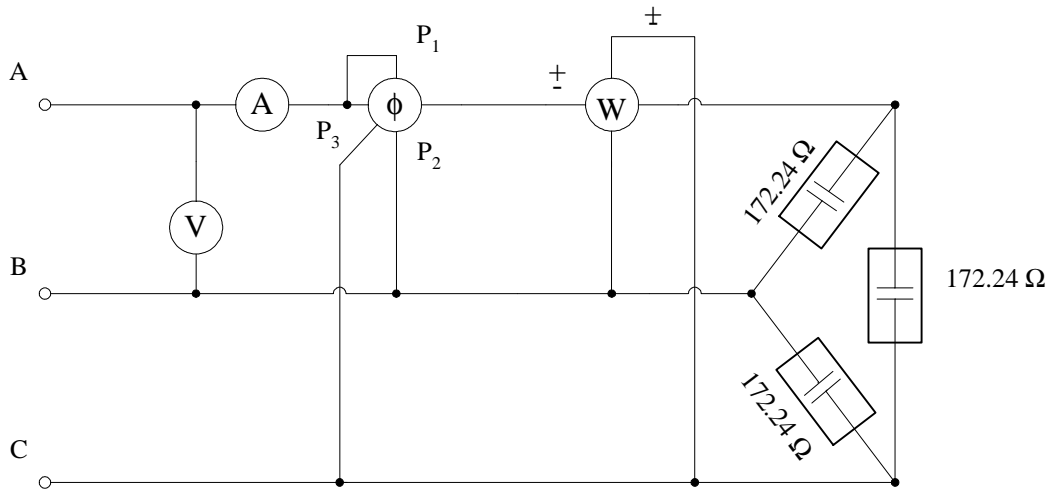


Figura 11. Diagrama de conexiones para la medición de la potencia reactiva para una carga capacitiva conectada en Delta.

Tabla 1

CONEXIÓN	V Volts	I Amperes	$P_{W_1}$ Watts	$P_{W_2}$ Watts	$S_{3\phi}$ VA	$P_{3\phi}$ W	$Q_{3\phi}$ VAR	$\text{Cos } \phi$
1 Carga resistiva balanceada conectada en estrella. Método de un wattmetro.								
2 Carga resistiva balanceada conectada en estrella. Método de los dos wattmetros.								
3 Carga resistiva balanceada conectada en delta. Método de los dos wattmetros.								
4 Motor de inducción conectado en delta. Método de los dos wattmetros.								
5 Carga capacitiva balanceada conectada en delta. Método de un wattmetro.								

Como se explicó en la introducción teórica, para medir potencia reactiva es necesario defasar  $90^\circ$  la tensión en la bobina del wattmetro; esto se consigue en el sistema trifásico conectando la bobina de tensión entre las fases B y C en lugar de hacerlo entre las fases A y C, como se muestra en la Fig. 11. También, dado que la carga es equilibrada, se utilizará un solo wattmetro para determinar la potencia trifásica.

Mida la corriente, la tensión y la potencia reactiva y anote sus resultados en el renglón correspondiente de la Tabla 1, calcule la potencia aparente, potencia activa y  $\cos \phi$ . Dibuje el diagrama fasorial y el triángulo de potencias correspondiente. A partir de sus cálculos anteriores determine el valor de la capacitancia en cada fase.

### Equipo necesario

- 1 Banco de focos 127 V, 300 W
- 1 Banco de capacitores 0.70 A,  $15.4 \mu\text{f}$ , 127 V
- 1 Motor trifásico de inducción 220 V, 5 A
- 2 Kilowattmetros 5 A, 300 V
- 1 Wattmetro 5 A, 150 V
- 1 Amperímetro 1, 2, 5, 10, 20 A
- 1 Voltímetro 150, 300 V
- Cables de conexión

### Cuestionario previo

1. Deducir las expresiones para determinar  $S_{3\phi}$ ,  $P_{3\phi}$ , y  $Q_{3\phi}$  de una carga equilibrada conectada en delta.
2. ¿Qué expresiones se deben emplear para encontrar las potencias  $S_{3\phi}$ ,  $P_{3\phi}$ , y  $Q_{3\phi}$  del motor trifásico de inducción conectado en estrella que se muestra en la Fig. 12?

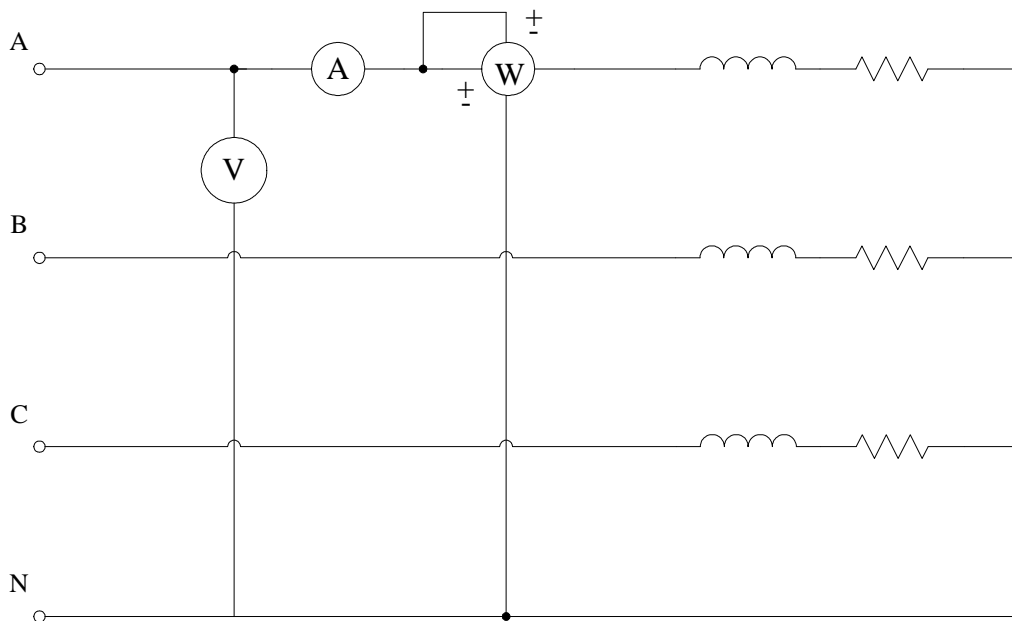


Figura 12. Diagrama para medir la potencia de una carga trifásica balanceada.

- En el método de los 2 wattmetros, existe un valor del ángulo  $\phi$  para el cual, uno de los dos wattmetros marca una lectura cero; de acuerdo a la Fig. 5 encuentre el valor absoluto de  $\phi$  y compruébelo matemáticamente según las Ecs. (11) y (12).
- ¿Identifique los wattmetros  $W_1$  y  $W_2$  en el diagrama de la Fig. 13? Considere que la carga es inductiva y resistiva balanceada.

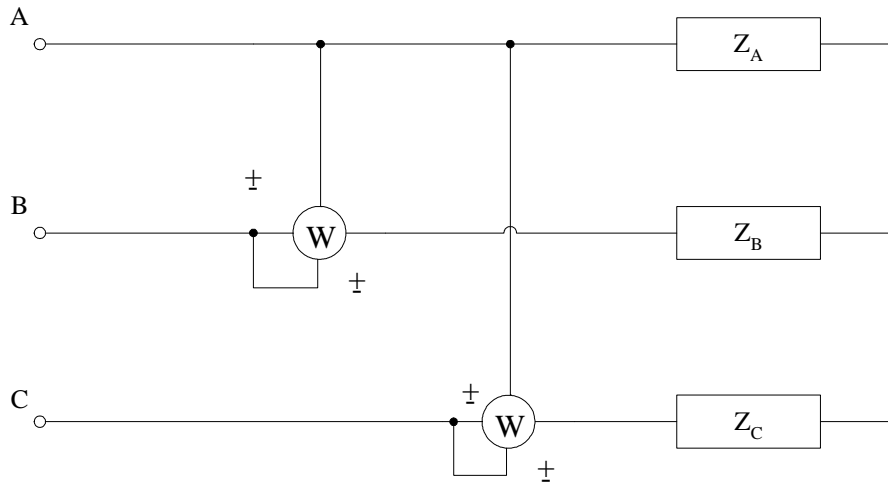


Figura 13. Lectura de la potencia activa por el método de los dos wattmetros.

- En una carga trifásica balanceada, se obtuvieron los valores que se dan a continuación. Considerando el diagrama de conexiones de la Fig. 3, determine el tipo de carga y su factor de potencia correspondiente.

$$|V_{ac}| = 220 \text{ [V]}$$

$$P_{W1} = 1100 \text{ [W]}$$

$$|I_a| = 5 \text{ [A]}$$

$$P_{W2} = 550 \text{ [W]}$$

- Demuestre la validez de la siguiente expresión

$$Q_3 = \sqrt{3} (P_{W1} - P_{W2})$$

donde  $Q_{3\phi}$  es la potencia reactiva trifásica, y  $P_{W1}$  y  $P_{W2}$  son los valores indicados por los wattmetros 1 y 2 respectivamente en el diagrama de la Fig. 3.

## BIBLIOGRAFÍA

Hayt, W. H., Jr., Kemmerly J. E., y Durbin, S. M.  
Análisis de circuitos en ingeniería. Sexta edición  
Mc Graw Hill, 2003

Dorf, R. C. y Svoboda, J. A.  
Circuitos Eléctricos. 5ª edición  
Alfaomega, 2003

Gerez Greiser, V., y Murray Lasso, M. A.  
Teoría de Sistemas y Circuitos

Alfaomega, 1991

Hubert, C. I.  
Circuitos Eléctricos CA/CC. Enfoque integrado  
Mc Graw Hill, 1985

Skilling, H. H.  
Circuitos en Ingeniería Eléctrica.  
C.E.C.S.A., 1984

Karcz, A. M.  
Electrometría de materiales magnéticos  
Marcombo, 1972

Kerchner, R. M., y Corcoran, G. F.  
Circuitos de Corriente Alterna  
Ed. Continental, 1963