Problema 1

Para el circuito de la figura 6.0., se sabe que el resistor de la rama dos tiene un valor de $4\ \Omega$ y que la potencia que este disipa es de $500\ watts$.

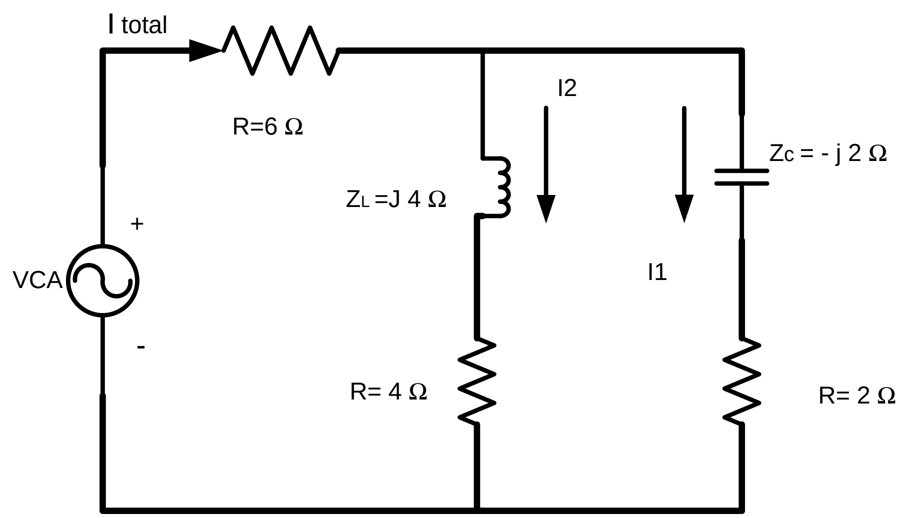

Figura 6.0. Circuito RLC serie paralelo con fuente de voltaje alterna

Determine:

a.- El valor del voltaje de la fuente "V" si la corriente I_2 es el fasor de referencia.

b.- La potencia compleja de cada rama del circuito.

c.- La potencia compleja total del circuito.

Solución

a

Sí la potencia disipada por la resistencia $R = 4\ \Omega$ es $P_R = 500\ w$, podemos hacer uso de la siguiente expresión $P_R = I^2R$ de esta expresión podemos obtener el valor de la corriente que circula por este resistor.

$500 = I^2R$ Despejando la corriente I^2

$$I^2 = \frac{500}{4}$$

$$I^2 = 125$$

$$I = \sqrt{125} = 11.180339\ A$$

Esta corriente I corresponde al valor de la corriente I_2, además también es la que pasa por el inductor y como es el fasor de corriente de referencia su ángulo vale $\theta = 0°$ por lo tanto se tiene que $I_2 = 11.180339 \angle 0°(A)$.

Como no se conoce el voltaje entre X - Y se hace necesario, determinar primero el valor de la impedancia en la rama dos.

$$Z_2 = 4 + j4\ \Omega$$

Determinando su magnitud y ángulo de Z_2

$$|Z_2| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 16}$$

$$|Z_2| = \sqrt{32} = 5.6568\ (\Omega)$$

El ángulo se determina de la siguiente forma

$$\theta = ang\ tan\frac{4}{4} = ang \tan 1 = 45°$$

$$Z_2 = 5.6568 \angle 45°\ (\Omega)$$

Ahora se puede determinar el voltaje que hay de X-Y

$$V_{X-Y} = I_2Z_2 = (11.180339 \angle 0°)(5.6568 \angle 45°)$$

$$V_{X-Y} = I_2Z_2 = 63.244941 \angle 45°\ V$$

Con el valor de V_{X-Y} se puede determinar el valor de la corriente I_1

$$I_1 = \frac{V_{X-Y}}{Z_1}$$

Como se requiere el valor de Z_1 hay que determinarlo tanto en magnitud y ángulo

$$Z_1 = 2 - j2\ \ \Omega$$

$$|Z_1| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4}$$

$$|Z_1| = \sqrt{8} = 2.8284271\ \Omega$$

El ángulo se determina de la siguiente forma

$$\theta = ang\tan - \frac{2}{2} = ang\tan -1 = -45°$$

$$Z_1 = 2.8284271 \angle -45°\ \Omega$$

Ahora ya se puede determinar el valor de la corriente I_1

$$I_1 = \frac{V_{X-Y}}{Z_1} = \frac{63.244941 \angle 45°}{2.8284271 \angle -45°} = 22.360463 \angle 90°\ \ A$$

Para calcular la caída de voltaje en los extremos del resistor de $R = 6\ \Omega$, es necesario calcular el valor de la corriente total que corresponde con la suma de $I_1\ \ y\ I_2$

$$I_{total} = I_1 + I_2$$

$$I_{total} = 22.360463 \angle 90° + 11.180339 \angle 0°$$

Ahora determinemos magnitud y ángulo de I_{TOTAL}

$$I_{total} = [22.360463\cos(90°) + j22.360463\ sen(90°)]$$

$$+[11.180339\cos(0°) + j11.180339\ sen\ (0°)]$$

$$I_{total} = [0 + j22.360463\ sen(90°)] + [11.180339 + j0)]$$

$$I_{total} = [11.180339 + j22.360463\ ]$$

Determinando su magnitud y su ángulo

$$|I_{total}| = \sqrt{11.180339^2 + 22.360463^2}$$

$$|I_{total}| = \sqrt{124.99998015 + 499.990305574369}$$

$|I_{total}| = \sqrt{624.99028572929}$

$|I_{total}| = 24.9998057138\ A$

Calculando $\theta = ang\ tan \frac{Im}{Re}$

$$\theta = ang\ tan \frac{22.360463}{11.180339} = ang\ tan 1.99998076 = 63.434728°$$

Por lo que la corriente total vale

$I_{total} = 24.9998057138 \angle 63.434728°\ \ A$

Con este valor de corriente se puede determinar el voltaje que cae en el resistor $R_{6\Omega}$.

$V_{R=6\Omega} = (I_{total})(R_{6\Omega}) = (24.9998057138 \angle 63.434728°)(6 \angle 0°)$

$V_{R=6\Omega} = 149.9988342828 \angle 63.434728°\ V$

Una vez obtenido este valor de voltaje se puede ya calcular el voltaje total de la fuente que se aplica al circuito.

$V = V_{R=6\Omega} + V_{X-Y}$

$V = 149.9988342828 \angle 63.434728° + 63.244941 \angle 45°$

$V = [149.9988342828 \cos 63.434728\,° + j149.9988342828\ sen\ 63.43472828]$

$\quad +[63.244941 \cos 45° + \mathrm{j}63.244941 \mathrm{sen}\ 45°]$

$V = [67.244941 + j134.162774618] + [44.72092665684 + j44.72092665684]$

$V = 111.80296173184 + j178.88370411864$

Determinando magnitud y ángulo de V

$|V| = \sqrt{111.80296173184^2 + 178.88370411864^2}$

$|V| = \sqrt{12499.902252011279 + 31999.379599205141}$

$|V| = \sqrt{44499.2818512164204920697856}$

$|V| = 210.948528914$

$$\theta = ang\ tan \frac{Im}{Re} = ang\ tan \frac{178.88370411864}{111.80296173184}$$

$\theta = ang\ tan \frac{Im}{Re} = ang\ tan 1.59999074575227$

$\theta = 57.9944678504°$

Por lo tanto, el voltaje de la fuente del circuito es:

$V = 210.948528914 \angle 57.9944678504°\ V$

Solución

b

Ahora bien para determinar la potencia compleja en cada rama del circuito hay que tomar en cuenta los ángulos de cada rama del circuito.

$R_{6\Omega} = 6 \angle 0°\ \Omega$

$Z_1 = 2.8284291 \angle -45°\ \Omega$

$Z_2 = 5.6568 \angle 45°\ \Omega$

Tomando en cuenta la magnitud del voltaje que hay en los extremos del resistor de $R = 6\ \Omega$ y la magnitud de la corriente total podemos calcular la potencia compleja de la siguiente forma:

$S_{R=6\Omega} = (149.9988342828)(24.9998057138) \cos 0°$

$+j(149.9988342828)(24.9998057138)\ sen\ 0°$

$S_{R=6\Omega} = 3749.94171436648276 + j\ 0\ \ VA$

Tomando en cuenta el valor del voltaje de X-Y y sus respectivos valores de corriente, así como Para calcular las potencias complejas de la rama 1 y 2 es necesario tomar en los ángulos de cada impedancia.

$S_{Rama1} = (V_{X-Y})(I_1) \cos \theta_1 + j(V_{X-Y})(I_1) sen\ \theta_1$

$S_{Rama1} = (63.244941)(22.360463) \cos -45° + j(63.244941)(22.360463) sen -45°$

$S_{Rama1} = (1414.186163167683)(0.7071067)$

$+j(1414.186163167683)(-0.7071067)$

$S_{Rama1} = 999.9806258360540171 - j999.9806258360540171\, VA$

$S_{Rama2} = (V_{X-Y})(I_2)\cos\theta_2 + j(V_{X-Y})(I_2)\, sen\,\theta_2$

$S_{Rama2} = (63.244941)(11.180339)\cos 45° + j(63.244941)(11.180339)\, sen\, 45°$

$S_{Rama2} = (707.099880414999)(0.7071067) + \ (707.099880414999)(0.7071067)$

$S_{Rama2} = 499.995063010644573 + \ j499.995063010644573\ \ VA$

Solución

c

La potencia compleja total será la suma de todas las potencias complejas obtenidas en cada rama.

$S_{total} = S_{R=6\Omega} + S_{Rama1} + S_{Rama2}$

$S_{total} = (3749.9988342828 + j0)$

$+(999.9806258360540171 - j999.9806258360540171)$

$+(499.9950630106445733933 + j499.9950630106445733933)$

$S_{total} = 5249.9745231294985904933 - j499.9855628254094437067\, VA$

Problema 2
Para el siguiente circuito eléctrico
Encuentre la expresión de estado permanente para $\boldsymbol{V_0}$, si
$\boldsymbol{I_g = 0.5\cos(2000t)\,A}$.
Ver figura 7.0.

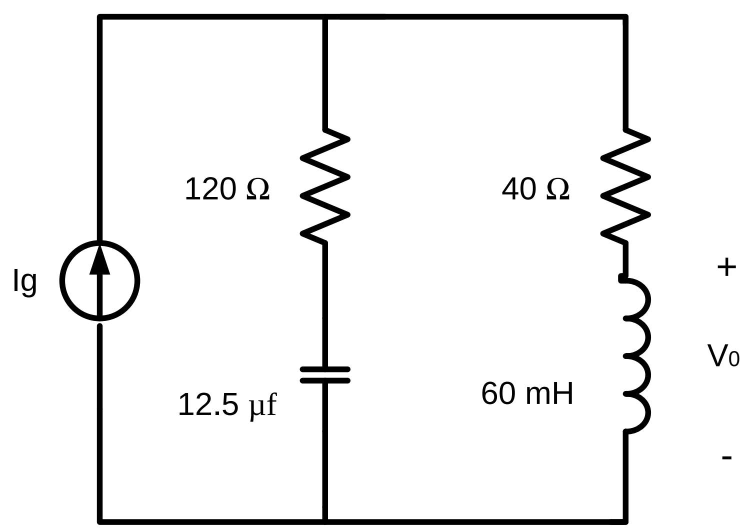

Figura 7.0. Circuito RLC serie-paralelo con fuente de corriente

Solución

Del circuito se observa que existen arreglos de impedancia serie y paralelo, determinemos las impedancias en serie y luego en paralelo que nos permita obtener la impedancia total del circuito.

$$Z_{eqv1} = Z_{R120} + Z_C = 120 + \frac{1}{j(2000x12.5x10^{-6})}$$

$$Z_{eqv1} = 120 - j40$$

Determinando magnitud y ángulo se tiene:

$$|Z_{eqv1}| = \sqrt{120^2 + 40^2} = \sqrt{14400 + 1600} = 126.491106\ \Omega$$

$$\theta = ang\ tang - \frac{40}{120} = -18.434948°$$

$$Z_{eqv1} = 126.491106\measuredangle - 18.434948°\ \Omega$$

$$Z_{eqv2} = Z_{R40} + Z_L = 40 + jWL = 40 + j(2000x60 + 10^{-3})$$

$$Z_{eqv2} = 40 + j120$$

Determinando magnitud y ángulo se tiene:

$$|Z_{eqv2}| = \sqrt{40^2 + 120^2} = \sqrt{1600 + 14400} = 126.491106\ \Omega$$

$$\theta = ang\ tang\ \frac{120}{40} = 71.56505°$$

$$Z_{eqv2} = 126.491106\measuredangle 71.56505°\ \Omega$$

Ahora bien, con estas impedancias $Z_{eqv1}\ y\ Z_{eqv2}$ que están conectadas en paralelo podemos calcular Z_{eqv3}

$$Z_{eqv3} = \frac{Z_{eqv1} x Z_{eqv2}}{Z_{eqv1} + Z_{eqv2}} = \frac{(126.491106\measuredangle - 18.434948)(126.491106\measuredangle 71.56505°)}{(120 - j40) + (40 + j120)}$$

$$Z_{eqv3} = \frac{15999.9998971\measuredangle 53.1301131°}{160 + j80}$$

Determinando magnitud y ángulo del denominador $160 + j80$

$$|160 + j80| = \sqrt{160^2 + 80^2} = \sqrt{25600 + 6400} = \sqrt{32000} = 178.8854381\ \Omega$$

$$\theta = ang\ tan \frac{80}{160} = ang \tan 0.5 = 26.5650511°$$

$$Z_{eqv3} = \frac{15999.9998971\measuredangle 53.1301131°}{178.8854381\measuredangle 26.5650511°} = 89.442718574\measuredangle 26.565052°\ \Omega$$

El valor de $Z_{eqv3} = Z_{Total}$

$$Z_{Total} = 89.442718574\measuredangle 26.565052°\ \Omega$$

Con este valor de impedancia total y la corriente dada podemos calcular el valor del voltaje en los extremos de las impedancias Z_{eqv1} y Z_{eqv2} y así podremos determinar las corrientes en cada impedancia del circuito.

$$V_{total} = IgxZ_{Total} = (0.5\angle 0°)(89.442718574\angle 26.565052°\ V)$$

$$V_{Total} = 44.721359287\angle 26.565052°\ V$$

Con este valor de voltaje total ya podemos conocer el valor de la corriente en la impedancia Z_{eqv2} que nos permitirá determinar el valor del voltaje en los extremos del inductor.

$$I_{Zeqv2} = \frac{V_{Total}}{Z_{eqv2}} = \frac{44.721359287\angle 26.565052°}{126.491106\angle 71.5650511°}$$

$I_{eqv2} = 0.35355338\angle -44.9999°$ A

Calculando por último el voltaje en los extremos del inductor

$V_0 = V_L = I_{Zeqv2}xZ_L = (0.35355338\angle -44.9999°)$ (120∠90°)

$$V_0 = 42.4264056\angle 45°\ V$$

Y la expresión en estado permanente será:

$$V_0(t) = 42.4264056 \cos{(2000t + 45°)}\ V$$

$$V_0(t) = 42.4264056\ sen\ (2000t + 135°)\ V$$

Problema 3

Determinar el circuito equivalente de Thévenin y Norton del circuito mostrado en la figura 8.0.

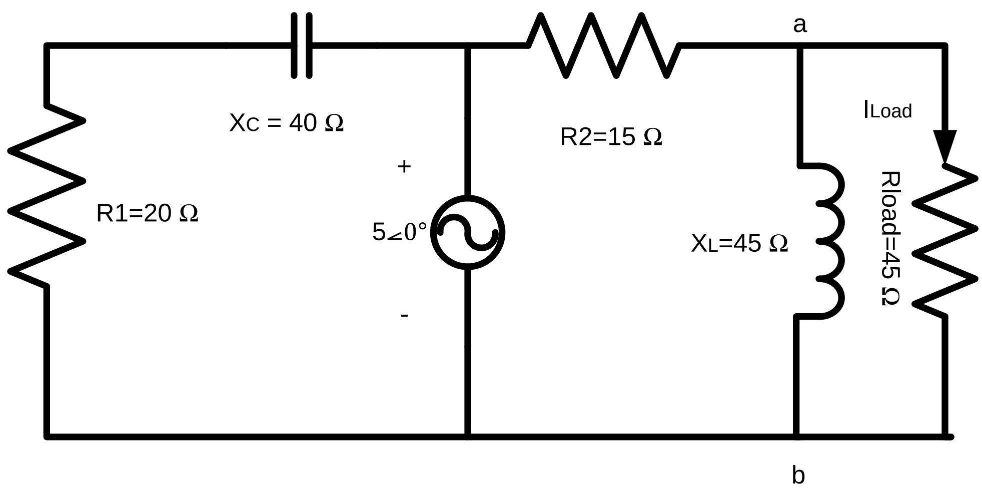

Figura 8.0. Circuito RLC con una fuente de VCA

Solución

1

Primero hay que desconectar la carga R_L que está entre los puntos de interés a-b, de lo cual resulta el circuito de la figura 8.1.

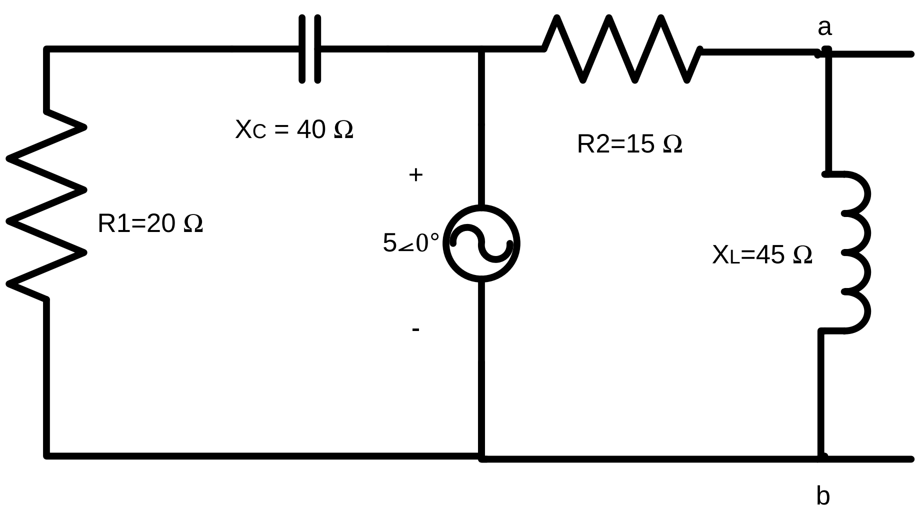

Figura 8.1. Circuito RLC con una fuente de VCA sin carga

Solución

2

Pacificar la fuente de voltaje $V = 5 \angle 0°$, es decir anular sus efectos poniendo en corto circuito sus terminales, quedando el circuito anterior como se muestra en la figura 8.2.

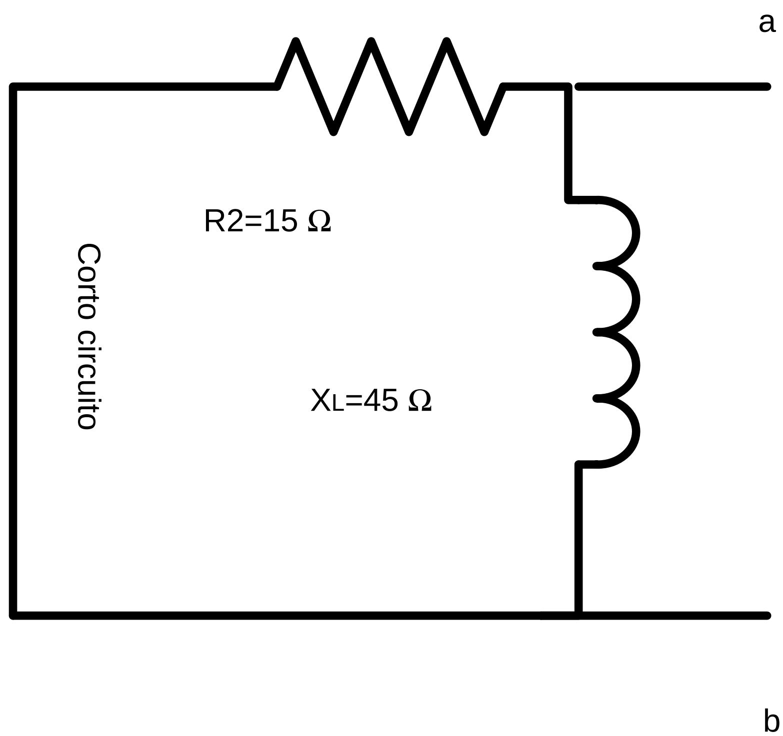

Figura 8.2. Circuito RL con una fuente de VCA pacificada

En esta condición se puede ya determinar la impedancia de Thévenin del circuito.

$$Z_{thevenin} = \frac{(15\angle 0°)(45\angle 90°)}{(15 + j0) + (0 + j45)} = \frac{675\angle 90°}{15 + j45}$$

Determinando magnitud y ángulo del número complejo del denominador se tiene.

$$|15 + j45| = \sqrt{15^2 + 45^2} = \sqrt{225 + 2025} = 47.434164\ \Omega$$

$$\theta = \acute{a}ng\ tan\frac{45}{15} = \acute{a}ng\ tang\ 3 = 71.57°$$

Por lo cual la impedancia de Thévenin será:

$$Z_{thevenin} = \frac{675\angle 90°}{47.434164\angle 71.57°}\ \ \Omega$$

$$Z_{thevenin} = 14.2302\angle 18.4349°\ \Omega$$

Solución

3

Analizando el circuito tomando en cuenta el valor de la fuente de voltaje, se observa que hay un lazo que nos permite determinar su corriente y posteriormente con esta corriente se puede determinar el voltaje entre a-b que corresponderá en este caso al de Thévenin.

Ver figura 8.3.

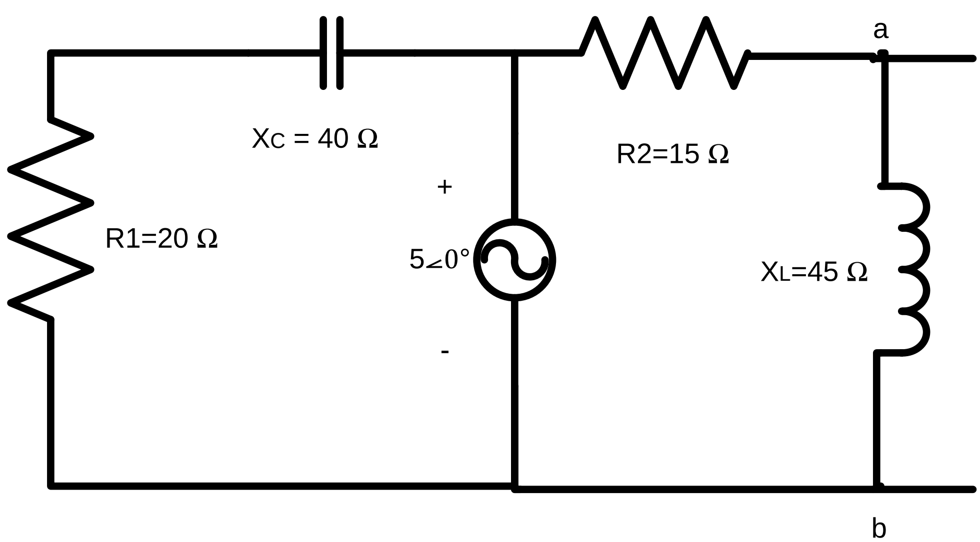

Figura 8.3. Circuito RLC sin carga con fuente de VCA

Ahora bien, del circuito se aprecia que el voltaje en los extremos de:

$$Z_{eqv1} = R1 - jX_C$$

y

$Z_{eqv2} = R2 + jX_L$

En el lazo donde esta $Z_{eqv2} = R2 + jX_L$ se trabajará para determinar primero la corriente en esta impedancia y seguido el valor del voltaje entre a-b que será el de Thévenin.

$$I = \frac{V}{Z_{eqv2}} = \frac{5\angle 0°}{15 + j45} = \frac{5\angle 0°}{47.434164\angle 71.57°}$$

$$I = 0.105409257\angle -71.57\ A$$

Aplicando la ley de ohm se obtiene el voltaje de Thévenin

$$V_{a-b} = V_{thevenin} = IxZ_L = (0.105409257\angle -71.57)(45\angle 90°)$$

$$V_{thevenin} = 4.77434165\angle 18.4349°\ V$$

A continuación, se muestra el equivalente de Thévenin del circuito propuesto ver figura 8.4.

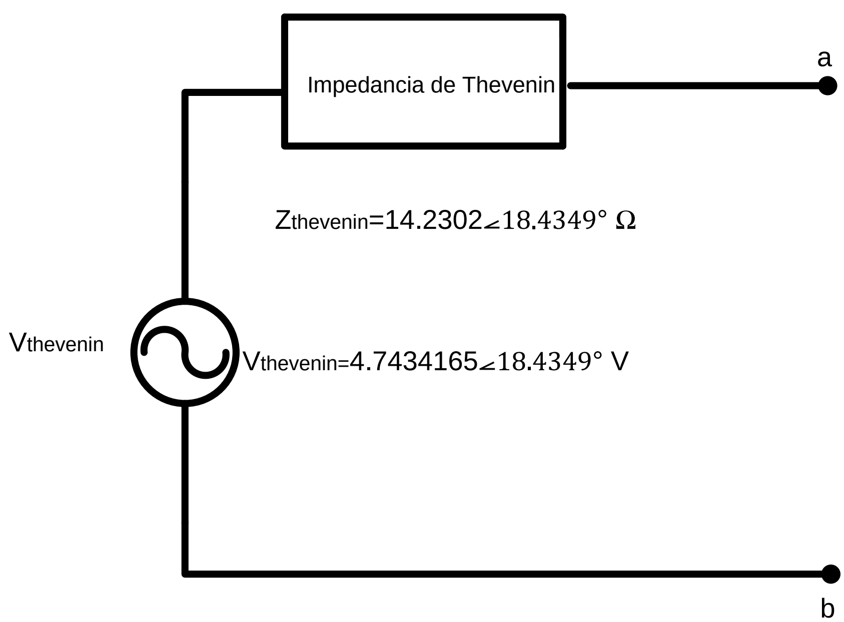

Figura 8.4. Circuito equivalente de Thévenin

Solución

4

Ahora para determinar la corriente de Norton a partir del equivalente de Thévenin es necesario poner en corto las terminales (a-b), aplicando la ley de ohm se tiene:

$$I_N = \frac{V_{thevenin}}{Z_{thevenin}} = \frac{4.7434165\measuredangle 18.4349°}{14.2302\measuredangle 18.4349°} = 0.333327\measuredangle 0°\, A$$

Como se sabe la impedancia de Norton es la misma impedancia de Thévenin. Por lo que su equivalente es el siguiente ver figura 8.5.

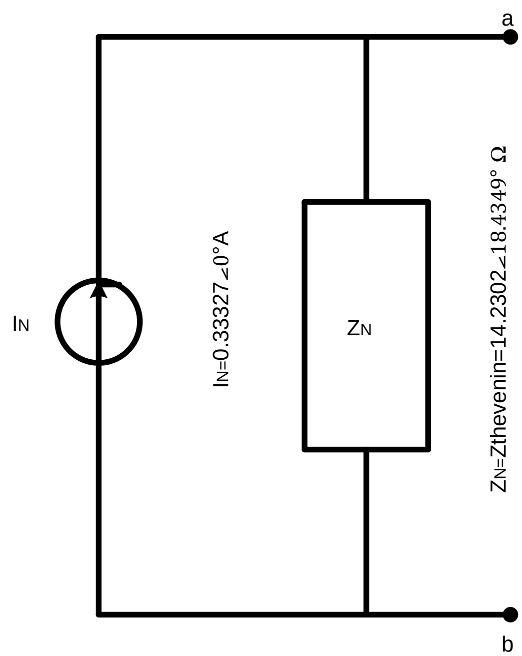

Figura 8.5. Circuito equivalente de Norton

Con esto damos por concluido nuestra solución a este problema.

Problema 4
Usando el análisis de nodos determine el voltaje "V" indicado en el circuito mostrado ver figura 9.0.

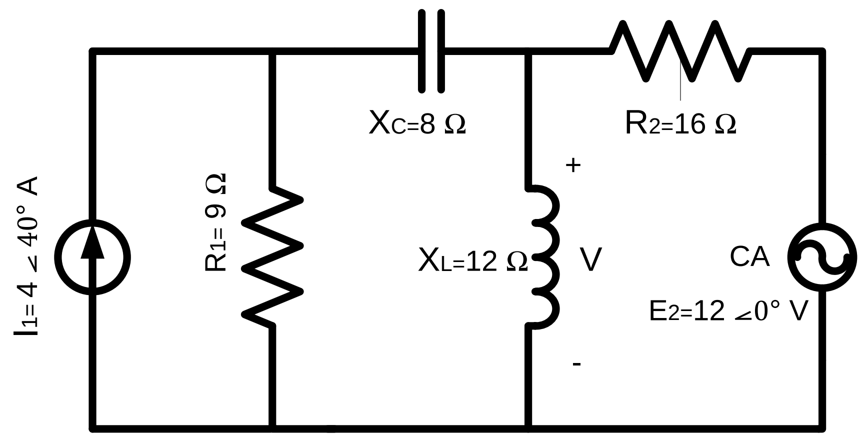

Figura 9.0. Circuito RLC con fuente de corriente y voltaje

Solución

1

Primero se debe transformar la fuente de voltaje E_2 a una fuente de corriente haga uso de la ley de Ohm.

$$I_2 = \frac{E_2}{R_2} = \frac{12 \angle 0°}{16 \angle 0°} = 0.75 \angle 0° \ A$$

Ver figura 9.1.

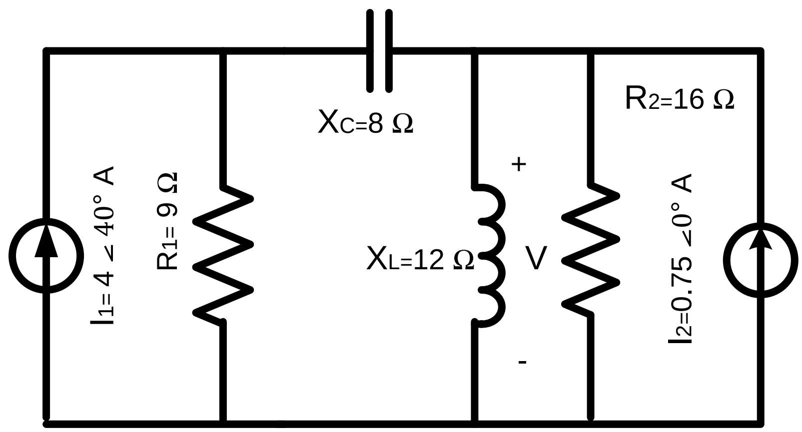

Figura 9.1. Circuito RLC con dos fuentes de corriente

Solución

2

Ahora bien, es necesario trabajar el circuito bajo el concepto de admitancia para determinar los voltajes en los nodos indicados en la figura 9.2.

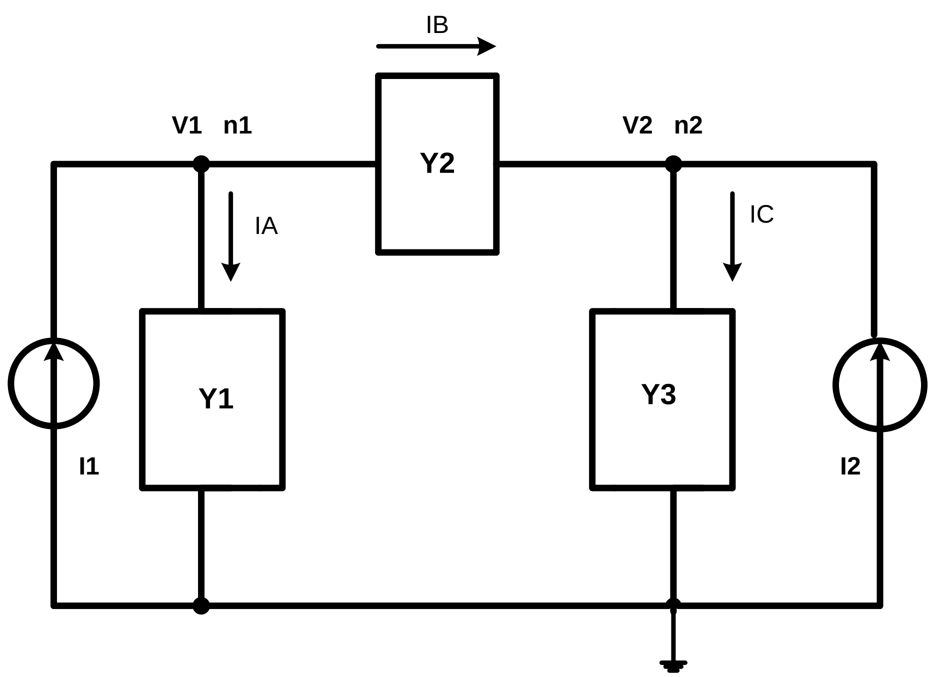

Figura 9.2. Circuito con admitancias y dos fuentes de corriente

Cálculo de las admitancias del circuito

$$Y_1 = \frac{1}{9} + j0 = 0.111111 + j0 \quad S$$

$$Y_2 = 0 + j\frac{1}{8} = 0 + j0.125 \ S$$

$$Y_3 = \frac{1}{16} - j\frac{1}{12} = 0.0625 - j0.08333333 \ S$$

Aplicando la ley de corrientes en el nodo n_1

$$I_1 = I_A + I_B = Y_1V_1 + Y_2(V_1 - V_2)$$

$$I_1 = (Y_1 + Y_2)V_1 - Y_2V_2 \quad \ldots .1$$

Aplicando ahora la ley de corrientes en el nodo n_2

$$I_2 = I_C - I_B$$

$$I_2 = Y_3V_2 - Y_2(V_1 - V_2)$$

$$I_2 = -Y_2V_1 + (Y_2 + Y_3)V_2 \ \ldots .2$$

Sustituyendo los valores de las admitancias en la expresión 1 se tiene.

$$I_1 = [(0.111111 + j0) + (0 + j0.125)]V_1 - [(0 + j0.125)]V_2$$

Sustituyendo el valor de la corriente I_1

$$4 \angle 40° = [(0.111111 + j0) + (0 + j0.125)]V_1 - [(0 + j0.125)]V_2$$

$$4 \angle 40° = [0.167244295 \angle 48.366489°]V_1 - [.125 \angle 90°]V_2 \ldots 3$$

Sustituyendo los valores de las admitancias en la expresión 2 se tiene.

$$I_2 = -[(0 + j0.125)]V_1 + [(0 + j0.125) + (0.0625 - j0.0833333)]V_2$$

$$I_2 = -[(0.125 \angle 90°)]V_1 + [(0.0625 + j0.041667)]V_2$$

$$I_2 = -[(0.125 \angle 90°)]V_1 + [(0.0751156700 \angle 33.6900886°)]V_2$$

Sustituyendo el valor de la corriente I_2

$$0.75 \angle 0° = -[(0.125 \angle 90°)]V_1 + [(0.0751156700 \angle 33.6900886°)]V_2 \ldots 4$$

Despejando de la expresión 3 a V_2

$(0.125 \angle 90°)V_2 = -4\angle 40° + (0.16744295 \angle 48.366489°)V_1$

$$V_2 = -\frac{4 \angle 40°}{(0.125 \angle 90°)} + \frac{0.16744295 \angle 48.366489°}{(0.125 \angle 90°)}V_1$$

$V_2 = -32 \angle -50° + (1.33795436 \angle -41.633511°)V_1 \ldots .5$

Sustituyendo la expresión 5 en 4 para determinar el voltaje V_1

$0.75 \angle 0° = -(0.125 \angle 90°)V_1 + (0.0751156700 \angle 33.6900886°)$x

$[(-32 \angle -50°) + (1.33795436 \ \angle -41.633511°)V_1]$

$0.75 \angle 0° = -(0.125 \angle 90°)V_1 - 2.40370144 \angle -16.3099114° +$

$(0.1005013381 \angle -7.9434224°)V_1$

Factorizando términos en V_1

$0.75 \angle 0° + 2.40370144 \angle -16.3099114° =$

$(-0.125 \angle 90° + 0.1005013481 \angle -7.9434224\ °)V_1$

$(0.75 + j0) + (2.306968624444 - j0.67503805706) =$

$[(0 - j0.125) + (0.099537029222 - j0.01388800)]V_1$

Sumando partes reales con partes reales e imaginarias con imaginarias se tiene:

$(3.056968624444 - j0.67503805706) =$

$(0.099537029222 - j0.138888)V_1$

Pasando a forma polar cada miembro nos da:

$3.1306123281 \angle -12.45219199°$

$= (0.17087275011 \angle -54.37192121°)V_1$

Despejando V_1

$$V_1 = \frac{3.1306123281 \angle -12.45219199°}{0.17087275011 \angle -54.37192121°}$$

$V_1 = 18.321308260589 \angle 41.91972922° \quad V$

Una vez determinado el valor del voltaje en el nodo 1 se puede determinar el voltaje en el nodo 2.

Recordemos que V_2 este dado por la expresión 5

$$V_2 = -32 \angle -50° + (1.33795436 \angle -41.633511°)V_1 \dots .5$$

Sustituyendo el valor de V_1 en la expresión 5 se tiene:

$$V_2 = -32 \angle -50° + (1.33795436 \angle -41.633511°)$$

$$x(18.321308260589 \angle 41.91972922°)$$

$$V_2 = -32 \angle -50° + 24.51307426815 \angle 0.28621822°$$

Pasando a forma binomica V_2

$$V_2 = -(20.569203509 - j24.513422179) + (24.5127684127$$

$$+j0.122453353)$$

$$V_2 = 3.9435649037 + j24.635875143$$

Pasando a forma polar se tiene:

$$V_2 = 24.9495103960 \angle 80.9055850° \ V$$

Por lo tanto, el voltaje $V_2 = V_L = V$

Problema 5
Para el circuito mostrado en la figura 10.0.
Determine:
1.- La frecuencia de resonancia $\boldsymbol{W_0 = W_s}$ y $\boldsymbol{f_0 = f_s}$
2.- La impedancia total en resonancia
3.- La corriente en resonancia $\boldsymbol{I_0 = I_s}$
4.- Los voltajes en el inductor y el capacitor en resonancia
5.- Las potencias reactivas $\boldsymbol{Q_L \ y \ Q_C}$
6.- El factor de calidad en resonancia $\boldsymbol{Q_s = Q_0}$

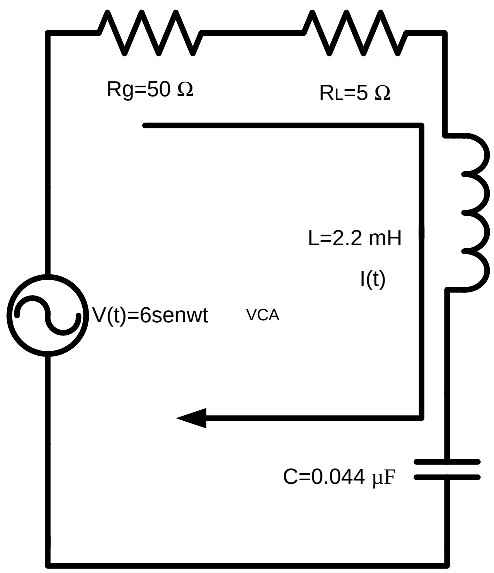

Figura 10.0. Circuito RLC serie con fuente de VCA

Solución

1

$$W_S = W_O = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \frac{Rad}{s}$$

$$W_O = \frac{1}{\sqrt{(.0022)(.000000044)}} = 101639.45352271771 \ \frac{Rad}{s}$$

$W_O = 101.63945352271771 \ \frac{Krad}{s}$

Calculando $\boldsymbol{f_0 = f_s}$

$$f_O = \frac{W_O}{2\pi} = \frac{101639.45352271771}{2\pi} = 16176.3836138779 \ hertz$$

$$f_O = 16176.3836138779 \ hertz$$

Solución

2

Determinación de la impedancia en resonancia

Se puede ver que el circuito tiene una configuración serie por lo que la impedancia total en forma general será:

$$Z(s)_{total} = Z(s)_R + Z(s)_L + Z(s)_C = R + j\left(WL - \frac{1}{WC}\right) \ \ \Omega$$

Calculando las impedancias del inductor y el capacitor encontramos que:

$$Z(s)_L = jWL = j(101639.45352271771)(.0022) = j223.606797748 \ \ \Omega$$

$$Z(s)_L = 223.606797748 \angle 90° \ \Omega$$

$$Z(s)_C = \frac{1}{jWC} = \frac{1}{j(101639.45352271771)(.000000044)} \ \ \Omega$$

$$= -j223.606797748 \ \Omega$$

$$Z(s)_C = -j223.606797748 \, \Omega$$

$$Z(s)_C = 223.606797748 \angle -90° \, \Omega$$

Por lo que al sumar sus valores hacen que la parte imaginaria se anule es decir valga cero

$$Z(s)_{total} = Z(s)_R + Z(s)_L + Z(s)_C = R + j\left(WL - \frac{1}{WC}\right) \ \Omega$$

Por lo tanto, solo que da el valor de la parte puramente resistiva que es de:

$$Z(s)_{total} = Z(s)_R + Z(s)_L + Z(s)_C \ \ \Omega$$

$$Z(s)_{total} = 55 + j(223.606797748 - 223.606797748) \ \Omega$$

$Z(s)_{total} = 55\ \ \Omega$

$Z(s)_{total} = 55 \angle 0°\ \ \Omega$

Solución

3

Determinación de la corriente en resonancia

$$I_O = \frac{V(t)}{R_{eqv}} = \frac{V_{pp}}{55 \angle 0°} = \frac{12 \angle 0°}{55 \angle 0°} = 0.21818 \angle 0°\ \ A$$

Solución

4

Determinando los voltajes del inductor y el capacitor en resonancia se tiene:

$V_L = I_O X_L = (0.2118)(223.606797748) = 48.7869326904\ \ V$

$V_C = I_O X_C = (0.2118)(223.606797748) = 48.7869326904\ \ V$

Solución

5.-

Determinación de las potencias reactivas $Q_L = Q_C$

$Q_L = I_0^2 X_L = (0.2118)^2(223.606797748) = 10.704826615581\, VAR$

$Q_C = I_0^2 X_C = (0.2118)^2(223.606797748) = 10.704826615581\, VAR$

Solución

6.-

Determinación de factor de calidad en el inductor

$$Q_{L0} = \frac{W_0 L}{R_{eqv}} = \frac{223.606797748}{55} = 4.065632$$

$Q_{0L} = Q_{0C}$

Problema 6

Para el siguiente circuito eléctrico de la figura 11.0.

Determine bajo la condición de resonancia.

1.- El valor de la frecuencia de resonancia en $Rad/_S$ y en Hertz.

2.- La impedancia total en resonancia

3.- La corriente en resonancia

4.- El voltaje en el capacitor y el inductor en resonancia

5.- Las potencias reactivas $Q_L = Q_C$

6.- El factor de calidad en resonancia $Q_S = Q_0$

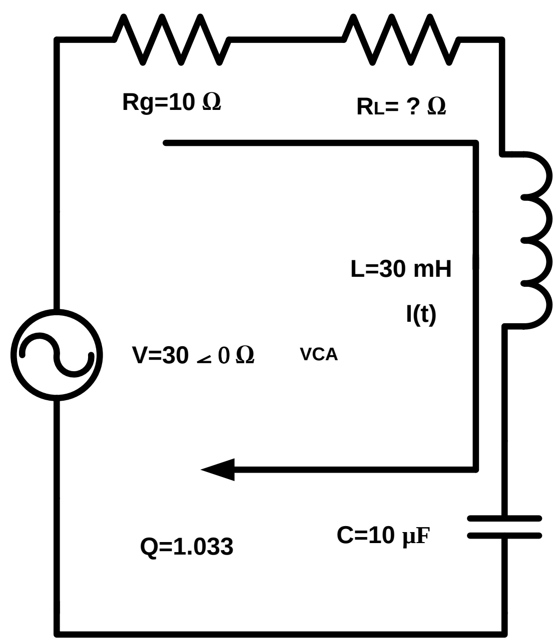

Figura 11.0. Circuito RLC serie con fuente de voltaje

Solución

1

Como en el circuito no se conoce el valor de la resistencia de la bobina, pero si se conoce el valor del factor de calidad en resonancia es posible determinar esta, apoyado por la determinación de la frecuencia de resonancia.

$$W_O = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(0.030)(0.000010)}}$$

$$W_O = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{.00000030}}$$

$$W_O = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{.0005477} = 1825.817\ Rad/_S$$

$$f_0 = \frac{W_O}{2\pi} = \frac{1825.817}{2\pi} = 290.5871212\ Hertz$$

Solución

2

La impedancia total en resonancia corresponderá con el valor puramente resistivo ya que las partes reactivas capacitivas e inductivas se anulan

Primero determinemos el valor de R_L

Sabemos que el factor de resonancia es un valor dado por el capacitor y el inductor por lo que de la siguiente expresión se tiene:

$$Q_{Res} = \frac{W_O L}{R_L}$$

Despejando R_L

$$R_L = \frac{W_O L}{Q_{Res}} = \frac{(1825.817)(.030)}{1.033}\quad \Omega$$

$$R_L == \frac{(1825.817)(.030)}{1.033} = 53.02\ \Omega$$

$$R_L == \frac{54.77451}{1.033} = 53.02\ \Omega$$

$Z_{Total} = R_L + R_{10\Omega} = 53.02 + 10 = 63.02\ \Omega$

Solución

3

Determinación de la corriente en resonancia aplicando la ley de Ohm.

$$I_0 = \frac{V_{total}}{Z_{total\ en\ resonancia}} = \frac{30 \angle 0^\circ}{63.02 \angle 0^\circ} = 0.47619004 \quad A$$

Solución

4

Determinación de los voltajes en el capacitor e inductor en resonancia.

$$V_L = I_0 X_L = (0.4761904)(54.77451) = 26.083095\ V$$

$$V_C = I_0 X_C = (0.4761904)(54.77451) = 26.083095\ V$$

Solución

5

Determinación de la potencia reactiva del condensador y el inductor

$$Q_{SL} = I_{SL}^2 X_L = (0.4761904)^2 (54.77451)\ VAR$$

$$Q_{SL} = (0.2267571)(54.77451) = 12.420909\ VAR$$

$$Q_{SC} = I_{SL}^2 X_C = (0.4761904)^2 (54.77451)\ VAR$$

$$Q_{SC} = (0.2267571)(54.77451) = 12.420909\ VAR$$

6

Determinación de los factores de calidad en el inductor y capacitor

$$Q_{SL} = \frac{I_{SL}^2 X_L}{I_{SL}^2 R_{eqv}} = \frac{(0.4761904)^2 (54.77451)}{(0.4761904)^2\ (63)} = \frac{(0.2267571)(54.77451)}{(0.2267571)(63)}$$

$$Q_{SL} = \frac{I_{SL}^2 X_L}{I_{SL}^2 R_{eqv}} = \frac{(0.2267571)(54.77451)}{(0.2267571)(63)} = \frac{12.420909}{14.285697} = 0.8694366$$

$$Q_{SC} = \frac{I_{SC}^2 X_C}{I_{SC}^2 R_{eqv}} = \frac{(0.4761904)^2 (54.77451)}{(0.4761904)^2\ (63)} = \frac{(0.2267571)(54.77451)}{(0.2267571)(63)}$$

$$Q_{SL} = \frac{I_{SC}^2 X_C}{I_{SC}^2 R_{eqv}} = \frac{(0.2267571)(54.77451)}{(0.2267571)(63)} = \frac{12.420909}{14.285697} = 0.8694366$$

Problema 7

El circuito mostrado en la figura 12.0., cuenta con dos mallas y una fuente de voltaje dependiente.

Haga uso del método de las corrientes de malla para determinar los voltajes V_1, V_2 y V_3

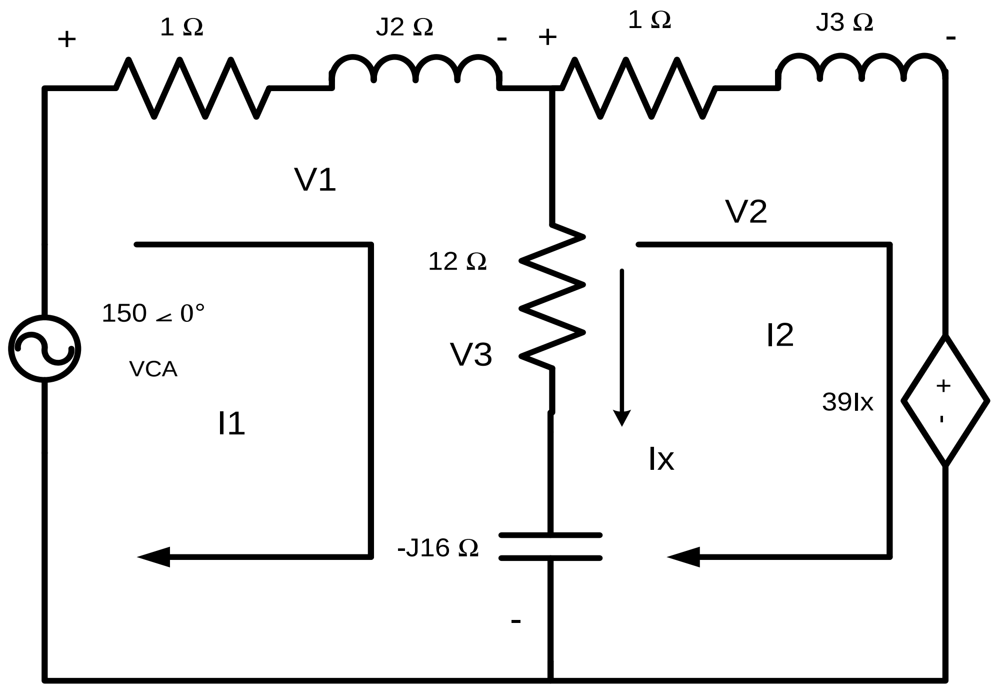

Figura 12.0. Circuito RLC con fuente de voltaje dependiente

Solución

Para encontrar la solución correcta, primero se toman en cuenta los sentidos de las corrientes en las mallas 1 y 2.

Se aplica la ley de voltaje y corriente de Kirchhoff

De la malla 1 se tiene aplicando la LVC

$150 \angle 0° = V_1 + V_3 = (1 + j2)I_1 + (12 - j16)I_X$

Pero de la ley de corrientes de Kirchhoff se sabe que:

$I_X = I_1 - I_2$

$150 \angle 0° = V_1 + V_3 = (1 + j2)I_1 + (12 - j16)(I_1 - I_{2)}$

$150 \angle 0° = (1 + j2)I_1 + (12 - j16)(I_1 - I_{2)}$

$150 \angle 0° = (1 + j2)I_1 + 12I_1 - 12I_2 - j16I_1 + j16I_2$

Agrupando términos se tiene:

$150 \angle 0° = (1 + j2)I_1 + (12 - j16)I_1 + (-12 + j16)I_2$

$150 \angle 0° = (13 - j14)I_1 + (-12 + j16)I_2$

$150 \angle 0° = (13 - j14)I_1 - (12 - j16)I_2$

$150 \angle 0° + (12 - j16)I_2 = (13 - j14)I_1$

Despejando I_1

$$I_1 = \frac{150 \angle 0°}{(13 - j14)} + \frac{(12 - j16)I_2}{(13 - j14)} \quad A$$

Determinando magnitud y ángulo del número complejo del numerador y denominador

$|(13 - j14)| = \sqrt{13^2 + 14^2} = \sqrt{169 + 196} = \sqrt{365} = 19.10497317$

$$\theta = ang\ tan - \frac{14}{13} = ang\ tan - 1.07692307$$

$\theta = -47.121096°$

$|(12 - j16)| = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$

$$\theta = ang\ tan - \frac{16}{12} = ang\ tang - 1.33333$$

$\theta = -53.130102°$

$$I_1 = \frac{150 \angle 0°}{19.104973 \angle -47.121096°} + \frac{20 \angle -53.130102°}{19.104973 \angle -47.121096°}\ I_2$$

$I_1 = 7.851358 \angle 47.121096° + (1.0468478 \angle -6.009006)I_2$

Ahora de la malla dos se tienen:

$0 = (12 - j16)(I_2 - I_1) + (1 + j3)I_2 + 39I_X$

$0 = 12I_2 - 12I_1 - j16I_2 + j16I_1 + 1I_2 + j3I_2 + 39(I_1 - I_2)$

$0 = 12I_2 - 12I_1 - j16I_2 + j16I_1 + 1I_2 + j3I_2 + 39I_1 - 39I_2$

$\big((-12 + 39) + j16\big)I_1 + (-26 - j16 + j3)I_2$

$0 = (27 + j16)I_1 + (-26 - j13)I_2 \ \ldots \ B$

Calculando magnitud y ángulo de los números complejos de la expresión B

$|(27 + j16)| = \sqrt{27^2 + 16^2} = \sqrt{729 + 256} = \sqrt{985} = 31.384709$

$\theta = ang\ tang\,\frac{16}{27} = ang\ tan\ 0.5925925 = 30.6506679°$

$|(-26 - j13)| = \sqrt{26^2 - 13^2} = \sqrt{676 + 169} = \sqrt{845} = 29.0688837$

$\theta = ang\tan\frac{13}{26} = ang\ tan\ 0.5 = 26.5650511°$

Sustituyendo sus valores en la expresión B en A se tiene:

$0 = (31.384709 \angle 30.6506679°)*$

$[7.851358 \angle 47.121096 + (1.0468478 \angle -6.009006°)I_2]$

$+(29.0688837 \angle 26.5650511°)I_2$

$0 = 246.4125860 \angle 77.771763° + (32.85501357 \angle 24.6416619°)I_2$

$+(29..0688837 \angle 26.5650511°\ )I_2$

Factorizando términos de I_2

$-246.4125860 \angle 77.771763°$

$= (32.85501357 \angle 24.6416619° + 29.0688837 \angle 26.5650511°\ )I_2$

$-246.4125860 \angle 77.771763° = (29.86301181 + j13.6986292 - 26 - j13\ )I_2$

$-246.4125860 \angle 77.771763° = (3.86301181 + j.6986292\ )I_2$

$-246.4125860 \angle 77.771763° = (3.947 \angle 11.8976°\ )I_2$

Despejando I_2

$$I_2 = -\frac{246.4125860 \angle 77.771763°}{3.947 \angle 11.8976°} = -62 \angle 65.874163° \quad A$$

$$I_2 = -(25.342007 + j56.584) \ A$$

$$I_2 = -25.342007 - j56.584 \ A$$

Calculando I_1

$$I_1 = 7.851358 \angle 47.121096° + (1.0468478 \angle -6.009006) I_2$$

$$I_1 = 7.851358 \angle 47.121096° + (1.0468478 \angle -6.009006)(-62 \angle 65.874163°)$$

$$I_1 = 7.851358 \angle 47.121096° - 64.9045636 \angle 65.874163°)$$

$$I_1 = (5.3424652 + j5.753424) - (32.584477 + j56.132470)$$

$$I_1 = -27.2420118 - j50.246576 \quad A$$

$$I_1 = 57.1563260 \angle 61.4349488° \quad A$$

Con estos valores de las corrientes $I_1 y I_2$ se puede calcular el valor de la corriente I_X

$$I_X = I_1 - I_2$$

$$I_X = (-27.2420118 - j50.246576) - (-25.342007 - j56.584)$$

$$I_X = -1.9000048 + j6337424 \ A$$

$$I_X = 6.61611375 \angle -73.310895 \quad A$$

Ya con estos valores de corriente y aplicando la ley de Ohm se pueden calcular los voltajes solicitados

$$V_1 = I_1 Z_1$$

$$Z(s)_1 = 1 + j2$$

$$|Z(s)_1| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} = 2.23606797 \quad \Omega$$

$$\theta = ang\ tan \frac{2}{1} = ang \tan 2 = 63.4349488°$$

$$V_1 = (57.1563260 \angle 61.53493268°)(2.23606797 \angle 63.4349488°)$$

$$V_1 = 127.80542985 \angle 124.969881485° \; V$$

$$V_1 = -73.25113967 + j104.73059932° \; V$$

$$V_2 = I_2 Z_2$$

$$Z(s)_2 = 1 + j3$$

$$|Z(s))_2| = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} = 3.162277660 \; \Omega$$

$$\theta = ang \tan \frac{3}{1} = ang \tan 3 = 71.5650511770°$$

$$V_2 = (-62 \angle 65.874163°)(3.162277660 \angle 71.5650511770°)$$

$$V_2 = -196.06121492 \angle 137.439214177° \quad V$$

$$V_3 = I_x Z_3$$

$$I_X = 6.61611375 \angle -73.310895 \quad A$$

$$Z_3 = 12 - j16 = 20 \angle -53.130102° \quad \Omega$$

$$V_3 = (6.61611375 \angle -73.310895°)(20 \angle -53.130102°)$$

$$V_3 = 132.322275 \angle -126.440997° \quad V$$

$$V_3 = -78.598725 - j106.449165 \quad V$$

Problema 8

Usando el método de voltaje de nodos, determine los valores de $I_a, I_b, I_c y\ I_x$ del circuito mostrado en la figura 13.0.

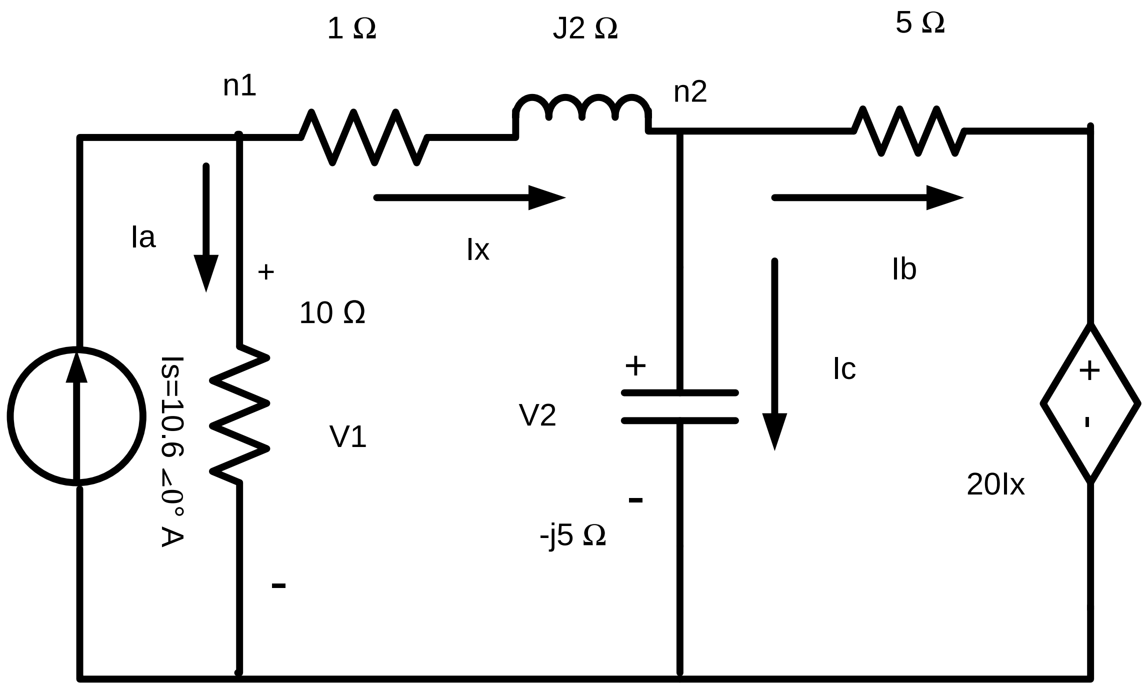

Figura 13.0. Circuito RLC con fuente dependiente de voltaje y fuente de corriente real

Solución

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff a cada uno de los nodos se tiene:

Analizando el nodo 1

$n_1 \quad -I_s + I_a + I_x = 0$

$$-10.6 \measuredangle 0° + \frac{V_1}{10} + \frac{V_1 - V_2}{(1 + j2)} = 0$$

Multiplicando esta última expresión por $(1 + j2)$ se simplifica

$$(-10.6\angle 0°)(1+j2)+\frac{V_1(1+j2)}{10}+\frac{(V_1-V_2)(1+j2)}{(1+j2)}=0$$

$$(-10.6\angle 0°)(1+j2)+\frac{V_1(1+j2)}{10}+(V_1-V_2)=0$$

$$-10.6-j21.2+\frac{V_1(1+j2)}{10}+(V_1-V_2)=0$$

$$\frac{V_1(1+j2)}{10}+V_1-V_2=10.6+j21.2$$

$$\frac{V_1(1+j2)}{10}+V_1=\frac{V_1(1+j2)+10V_1}{10}$$

$$\frac{V_1(1+j2)+10V_1}{10}-V_2=10.6+j21.2$$

$$\frac{V_1(1+j2+10)}{10}-V_2=10.6+j21.2$$

$$\frac{V_1(11+j2)}{10}-V_2=10.6+j21.2$$

$$\frac{V_1 11+V_1 j2}{10}-V_2=10.6+j21.2$$

$$1.1V_1+.2V_1-V_2=10.6+j21.2 \quad A$$

Analizando el nodo 2

$$n_2 \qquad -I_x+I_b+I_c=0$$

$$-\left[\frac{V_1-V_2}{(1+j2)}\right]+\left[\frac{V_2-20I_X}{5}\right]+\frac{V_2}{-j5}=0$$

Multiplicando la expresión anterior por $(1+j2)$

$$-\left[\frac{V_1-V_2}{(1+j2)}\right](1+j2)+\left[\frac{V_2-20I_X}{5}\right](1+j2)+\frac{V_2}{-j5}(1+j2)=0$$

Sustituyendo I_X

$$-(V_1-V_2)+\left[\frac{V_2(1+j2)-20[\frac{V_1-V_2}{(1+j2)}]}{5}\right](1+j2)+\frac{V_2}{-j5}(1+j2)=0$$

$$-(V_1-V_2)+\left[\frac{V_2(1+j2)-20(V_1-V_{2)}]}{5}\right](1+j2)+\frac{V_2}{-j5}(1+j2)=0$$

$$-(V_1-V_2)+\left[\frac{V_2+j2V_2)-20V_1+20V_2}{5}\right]-0.4V_2+j.2V_2=0$$

$$-V_1+V_2+\left[\frac{21V_2-20V_1+j2V_2}{5}\right]-0.4V_2+j.2V_2=0$$

$$-V_1+V_2+4.2V_2-4V_1+j0.4V_2-0.4V_2+j.2V_2=0$$

$$-5V_1+4.8V_2+j0.6V_2=0 \quad B$$

Ahora bien, de la expresión A se puede despejar $V_1 ó\ V_2$ y sustituir en la expresión B.

Despejemos V_2

$$(1.1+j0.2)V_1-10.6-j21.2=V_2$$

Sustituyendo este valor en B se tiene:

$$-5V_1+4.8[(1.1+j0.2)V_1-10.6-j21.2]$$

$$+j0.6[(1.1+j0.2)V_1-10.6-j21.2]=0$$

$$-5V_1+[(5.28+j.96)V_1-50.88-j101.76]$$

$$+[(-.12+j.66)V_1-j6.36+12.72]=0$$

$$-5V_1+5.28V_1+j.96V_1-50.88-j101.76-.12V_1+j.66V_1-j6.36+12.72=0$$

$$.16V_1+j1.62V_1-j108-38.16=0$$

$$.16V_1+j1.62V_1=j108+38.16=0$$

$$(.16+j1.62)V_1=j108+38.16$$

$$V_1 = \frac{38.16 + j108}{.16 + j1.62}$$

Pasando a forma polar ambos números complejos

$$V_1 = \frac{114.5433786 \angle 70.539987°}{1.62788205 \angle 84.35945056°} = 70.36343818 \angle -13.819463° \ V$$

$$V_1 = 68.3266415 - j16.807245 \ V$$

Calculando ahora el valor de V_2

$$(1.1 + j0.2)V_1 - 10.6 - j21.2 = V_2$$

$$(1.118033988 \angle 10.304846687°)(70.36343818 \angle -13.819463°) - 10.6 - j21.2 = V_2$$

$$78.66871539777686184 \angle -3.514616313° - 10.6 - j21.2 = V_2$$

$$78.52075467143 - j4.822641202 - 10.6 - j21.12 = V_2$$

$$67.920754671 - j25.942641202 = V_2$$

$$V_2 = 72.729253828 \angle -20.94444789° \ \ V$$

Calculando las corrientes I_a, I_b, I_c y I_X

$$I_a = \frac{V_1}{R_{10\Omega}} = \frac{70.36343818 \angle -13.819463°}{10 \angle 0°} = 7.036343818 \angle -13.819463° \ \ A$$

$$I_a = 68.326641 - j16.8072452 \ \ A$$

Para poder calcular I_b hay que calcular primero I_X

$$I_X = \frac{V_1 - V_2}{1 + j2} = \frac{(68.326641 - j16.8072452) - (67.9238324 - j25.99802582)}{1 + j2}$$

$$I_X = \frac{0.4028086 + j9.19078062}{1 + j2}$$

Pasando a forma polar ambos números complejos se tiene:

$$I_X = \frac{9.1996034247 \angle 87.4904773°}{2.236067977 \angle 63.4349488°} = 4.11418772565 \angle 24.0555285° \ \ A$$

$$I_X = 4.11418772565 \angle 24.0555285° \quad A$$

$$I_b = \frac{V_2 - 20I_X}{5}$$

Determinando el valor de $20I_X$

$$20I_X = 20(4.11418772565 \angle 24.0555285°)$$

$$20I_X = 82.283754513 \angle 24.0555285°$$

$$20I_X = 75.137479367 + j33.54065370598$$

Sustituyendo este valor en I_b

$$I_b = \frac{(67.9238324 - j25.99802582) - (75.137479362 + j33.54065370598)}{5 \angle 0°}$$

$$I_b = \frac{-7.213646962 - j59.53867952598}{5 \angle 0°}$$

Pasando a forma polar el número complejo del numerador se tiene

$$I_b = \frac{59.8740865890 \angle 83.09177230°}{5 \angle 0°} = 11.9948173178 \angle 83.09177230° \quad A$$

Calculando finalmente I_C

$$I_C = \frac{V_2}{-j5} = \frac{72.729253828 \angle -20.94444789°}{5 \angle -90°}$$

$$I_C = 14.5458507656 \angle 69.0555211° \quad A$$

$$I_C = 5.2 + j13.6 \quad A$$

PROBLEMA 9
Para el siguiente circuito eléctrico mostrado en la figura 14.0. Determine: la corriente "I" que pasa en el capacitor mediante el teorema de superposición.

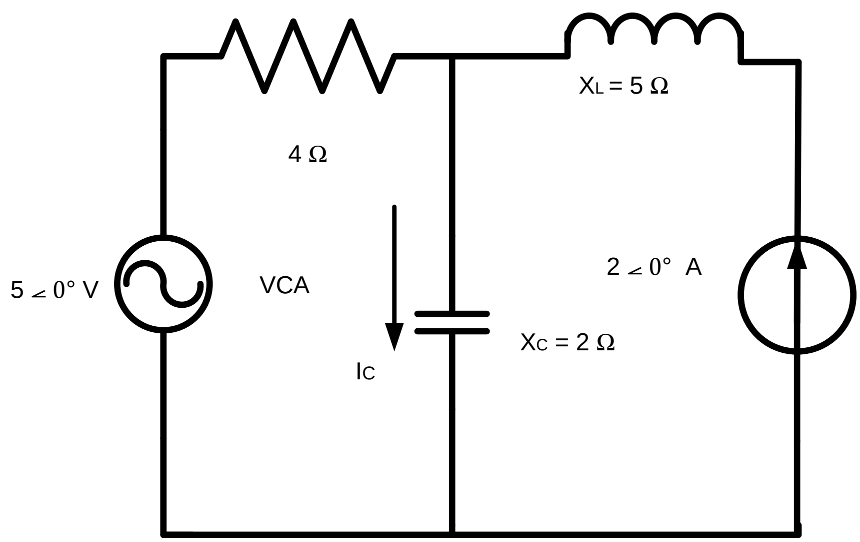

Figura 14.0. Circuito RLC con fuente de voltaje y corriente

Solución

Tomando en cuenta el efecto de la fuente de corriente de 2 ∠ 0° A y pacificando la fuente de voltaje de 5 ∠ 0° V el circuito se reduce al mostrado en figura 14.1.

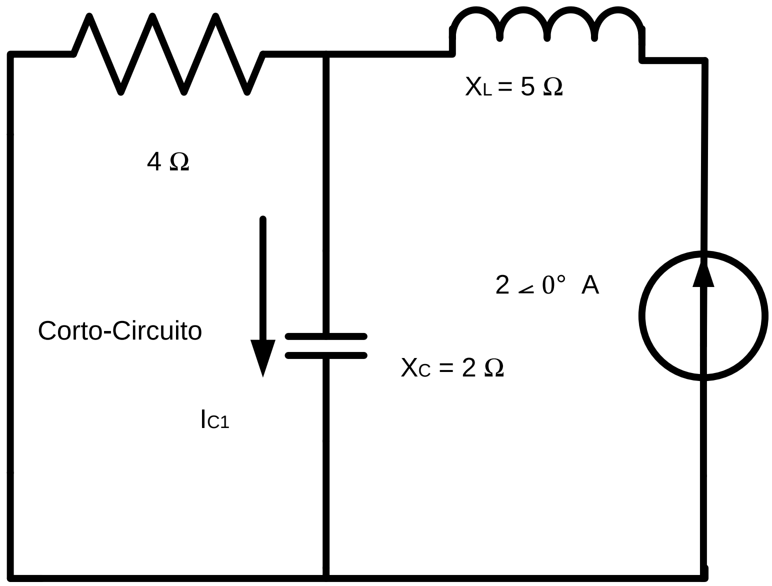

Figura 14.1. Circuito con fuente de voltaje pacificada

Del circuito se aprecia que el resistor y el capacitor se encuentran en esta condición conectados en paralelo por lo que se debe calcular su impedancia equivalente Z_{eqv1}

$$Z_{eqv1} = \frac{(Z_R)(Z_C)}{Z_R + Z_C} = \frac{(4 \angle 0°)(2 \angle -90°)}{4 - j2}$$

$$Z_{eqv1} = \frac{(Z_R)(Z_C)}{Z_R + Z_C} = \frac{8 \angle -90°}{4 - j2}$$

Determinando magnitud y ángulo del número complejo del denominador se tiene:

$$Z_{eqv1} = \frac{(Z_R)(Z_C)}{Z_R + Z_C} = \frac{8 \angle -90°}{4.472135 \angle -26.5650°} = 1.788854 \angle -63.435°\ \Omega$$

Ahora se procederá a determinar el voltaje en Z_{eqv1} tomando en cuenta la corriente total de $2 \angle 0°$ A

$$V_{Zeqv1} = (I_{total})(Z_{eqv1}) = (2 \angle 0°)(1.788854 \angle -63.435°)\ \ V$$

$$V_{Zeqv1} = 3.577708 \angle -63.435°\ \ V$$

Con el valor de este voltaje se puede determinar la corriente que pasa en el capacitor I_{C1} debida a la fuente de corriente total.

$$I_{C1} = \frac{V_{Zeqv1}}{Z_C} = \frac{3.577708 \angle -63.435°}{2 \angle -90°} = 1.788854 \angle 26.565° \ \ A$$

Calculando ahora la corriente I_{C2} producida por la fuente de voltaje y pacificando la fuente de corriente de: $2 \angle 0° \ A$, el circuito se reduce al mostrado en figura 14.2.

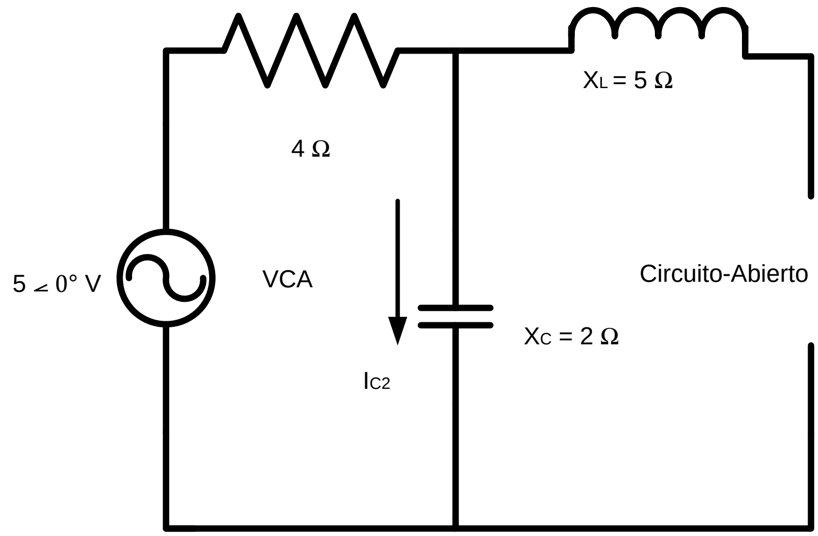

Figura 14.2. Circuito con fuente de corriente pacificada

Del circuito se aprecia que hay una malla y se puede determinar una impedancia formada por el resistor y el capacitor que están en serie.

Cálculo de Z_{eqv2}

$$Z_{eqv2} = Z_R + Z_C = 4 - j2 = 4.472135 \angle -26.5650° \ \Omega$$

Con este valor de impedancia se calcula la corriente de la malla

$$I_{malla} = \frac{5 \angle 0°}{4.472135 \angle -26.5650°} = 1.118034 \angle 26.5650° \ A$$

Determinando el voltaje en los extremos del capacitor se tiene:

$$V_C = (I_{malla})(Z_C) = (1.118034 \angle 26.5650°)(2 \angle -90°)$$

$$V_C = 2.236068 \angle -63.435° \ \ V$$

Con este valor de voltaje y la impedancia del capacitor se puede calcular la corriente I_{C2}

$$I_{C2} = \frac{V_C}{Z_C} = \frac{2.236068 \angle -63.435°}{2 \angle -90°} = 1.118034 \angle 26.565° \ A$$

Por lo cual la corriente

$$I_C = I = I_{C1} + I_{C2} = (1.788854 \angle 26.565° + 1.118034 \angle 26.565°) \ A$$

$$I_C = I = I_{C1} + I_{C2} = (1.6 + j.8) + (1.0 + j0.5) \ \ A$$

$$I_C = I = I_{C1} + I_{C2} = (2.6 + j1.3) \ \ A$$

$$I_C = I = I_{C1} + I_{C2} = 2.91 \angle 26.57° \ \ A$$

Problema 10
Para el circuito mostrado en la figura 15.0.
Determine:
1.- Los voltajes sinusoidales V_1 y V_2 en forma fasorial, haciendo uso de la regla del divisor de voltaje.

2.- Dibuje el diagrama fasorial de V_1 , V_2 y E

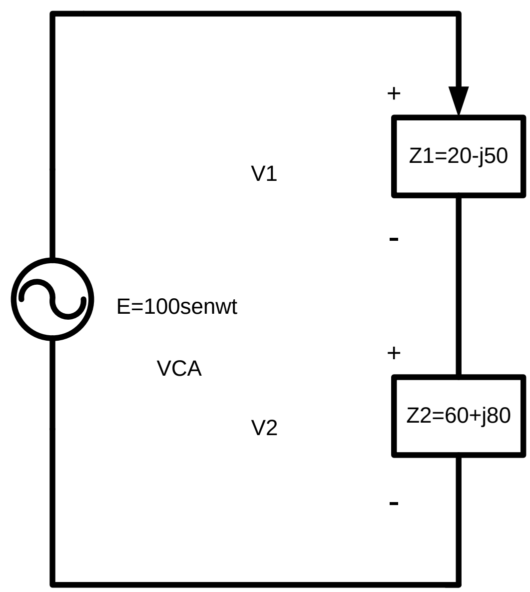

Figura 15.0. Circuito con dos cargas en serie

Solución

1

Primero se determinará el valor eficaz de E

$$E = \frac{100}{\sqrt{2}}\ senwt = 70.71 senwt = 70.71 \angle 0°$$

$$E = 70.71 \cos(wt + 0° - 90°) = 70.71 \angle -90° \quad V$$

Que corresponde a nuestro fasor de voltaje

Ahora del circuito observamos que las impedancias $Z_1 \ y \ Z_2$ están conectadas en serie y se pueden reducir a un valor equivalente

$$Z_{eqv} = Z_1 + Z_2 = (20 - j50) + (60 + j80) = 80 + j30 \ \ \Omega$$

$$Z_{eqv} = 80 + j30 \ \ \Omega$$

$$Z_{eqv} = \sqrt{80^2 + 30^2} = \sqrt{6400 + 900} = \sqrt{7300} = 85.440037 \ \ \Omega$$

$$\theta = ang \ tan \frac{30}{80} = ang \ tang 0.375 = 20.556045°$$

$$Z_{eqv} = 85.440037 \angle 20.556045° \ \ \Omega$$

Con el valor de Z_{eqv} se puede calcular la corriente I que nos permitirá determinar los voltajes V_1 , V_2

$$I = \frac{70.71 \angle -90°}{85.440037 \angle 20.556045°} = 0.827597956 \angle -110.556045° \ A$$

Calculando los valores de $Z_1 \ y \ Z_2$

$$Z_1 = 53.851648 \angle -68.198° \ \ \Omega$$

$$Z_2 = 100 \angle 53.1301023° \ \ \Omega$$

Calculando los voltajes V_1 , V_2

$$V_1 = IZ_1 = (0.827597956 \angle -110.556045°)(53.851648 \angle -68.198°)$$

$$V_1 = IZ_1 = 44.5675131606 \angle -178.754045° \ \ V$$

$$V_2 = IZ_2 = (0.827597956 \angle -110.556045°)(100 \angle 53.1301023°)$$

$$V_2 = IZ_2 = 82.7597956 \angle -57.4259427° \ \ V$$

Solución

Diagrama fasorial de los voltajes.
Ver figura 15.1.

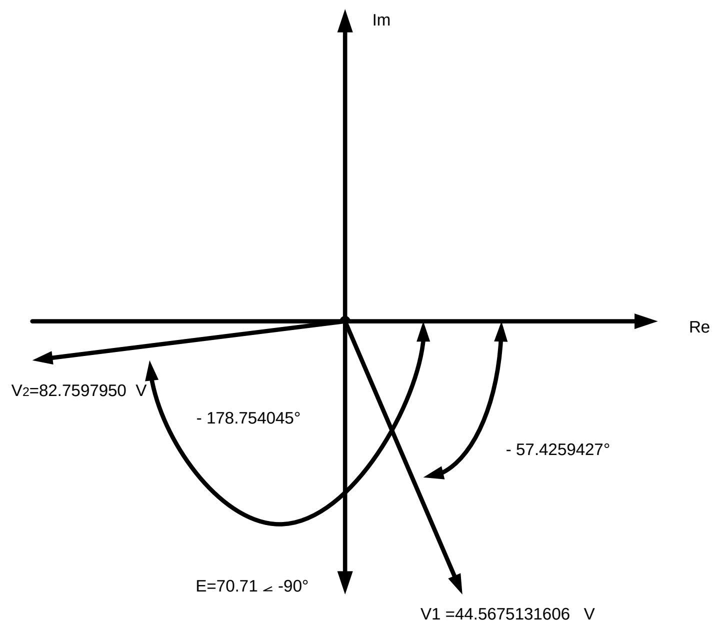

Figura 15.1. Diagrama fasorial de voltajes